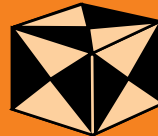
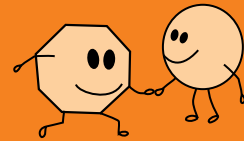
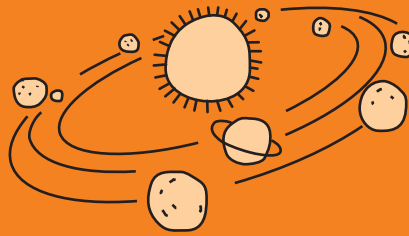
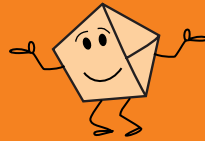
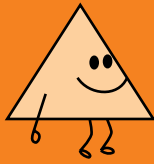
4 000+ 3 00+ 7 0+ 6
अपने हाथ गणित
अरविन्द गुप्ता
चित्रकार: रेश्मा बर्वे
220
284

अरविन्द गुप्ता

चित्रकार: रेश्मा बर्वे

अरविन्द गुप्ता ने भारतीय प्रौद्योगिकी संस्था (आई.आई.टी.) कानपुर से 1975 में बी.टेक. की डिग्री हासिल की। उन्होंने विज्ञान की गतिविधियों पर 20 पुस्तकें लिखी हैं, 150 पुस्तकों का हिन्दी में अनुवाद किया है और दूरदर्शन पर 125 विज्ञान फिल्में पेश की हैं। उनकी पहली पुस्तक **मैचस्टिक मॉड्ल्स एंड अदर साइन्स एक्सपेरीमेन्टस** का 12 भारतीय भाषाओं में अनुवाद हुआ और उसकी पांच लाख से अधिक प्रतियां बिकीं। उन्हें कई पुरस्कार मिले हैं जिनमें बच्चों में विज्ञान के प्रचार-प्रसार के लिए भारत सरकार का सर्वप्रथम राष्ट्रीय पुरस्कार (1988) और आई.आई.टी. कानपुर का डिस्टिंगुइश्ड एलुम्नस अवॉर्ड (2000), विज्ञान के लोकप्रियकरण के लिए इंदिरा गांधी पुरस्कार (2008) और थर्ड वर्ल्ड एकैडमी ऑफ साइंसिस का अवॉर्ड (2010) शामिल हैं।

वर्तमान में वे पुणे में स्थित आयुका मुक्तांगन बाल विज्ञान केन्द्र में काम करते हैं। उनकी लोकप्रिय वेबसाइट arvindguptatoys.com पर खिलौनों और पुस्तकों का एक विशाल भण्डार है।

रेश्मा बर्वे ने पुणे के अभिनव कला महाविद्यालय में व्यवसायिक-कला का अध्ययन किया और उसके बाद अनेकों बाल-पुस्तकों के चित्र बनाए।

समर्पण
डा विनोद रायना
जिन्होंने उम्मीद के बीज बोए

यह पुस्तक सर रतन टाटा ट्रस्ट के आर्थिक
अनुदान के अंतर्गत विकसित हुई।

गतिविधियां

दो शब्द

आज के युग में, हमें संख्यात्मक सोच की बेहद जरूरत है। परन्तु स्कूल की गणित में आम जिंदगी की समस्याओं का बहुत कम ही जिक्र होता है। गणित की कक्षाओं में बच्चों को फालतू और उबाऊ समस्याओं से जूझना पड़ता है। बच्चे लगातार इन किताबी समस्याओं में ही उलझे रहते हैं। गणित का उपयोग दुनिया की बड़ी समस्याओं को सुलझाने के लिए किस प्रकार किया जाए इसका उन्हें कोई इल्म नहीं होता है।

चित्र: डेंजर स्कूल

गणित केवल सरल जोड़-घटाने, गुणा-भाग तक ही सीमित रह गई है और वास्तविक जीवन में उसके व्यापक उपयोग के पहलू कमजोर पड़ गए हैं। इसके परिणाम स्वरूप बहुत से होशियार छात्र अब गणित से अपना पल्ला झाड़ रहे हैं। हम कहीं भूल गए हैं कि गणित आम जिंदगी के व्यवसायों से शुरू हुई थी और उसके विकास में दर्जी, बढ़ई और राज-मिस्त्रियों का बहुत बड़ा योगदान था। आज भी गणित की शब्दावली हमें उसके अतीत की व्यावहारिक जड़ों की याद दिलाती है। 'स्ट्रेट-लाईन' यानि सीधी-रेखा शब्द का उद्गम बहुत रोचक है। यह शब्द आता है 'स्ट्रेच्जड-लिनन' से। 'स्ट्रेच्जड' का मतलब हैं खींचना और 'लिनन' का मतलब है धागा। कोई भी किसान आलुओं को सीधी रेखा में बोने के लिए एक धागे को खींच कर उस रेखा में आलू को बोएगा। राज-मिस्त्री भी ईंटों की दीवार सीधी बनाने के लिए एक डोर को तानते हैं। धीरे-धीरे 'स्ट्रेच्जड-लिनन' शब्द 'स्ट्रेट-लाईन' यानि सीधी-रेखा में बदल गया। अंग्रेजी में 1 से 10 तक के 'डिजिट' अथवा 'डिजिटल' का अर्थ लैटिन में हाथ की दस ऊंगलियां होता है।

गणित को उसके यांत्रिक जाल से मुक्त कर उसे अधिक प्रभावशाली बनाने का अब वक्त आ चुका है। कम्पयूटर एक बेहद सशक्त औजार है जिसके द्वारा हम बहुत जटिल गणनाएं कर समस्याएं सुलझा सकते हैं। कैलक्यूलस की कक्षा वास्तविक जीवन की समस्याओं को सुलझाने के लिए होनी चाहिए - हम कैसे मजबूत पुल अथवा कम ऊर्जा वाले घर बनाएं। गणित का शिक्षण अगर आम जीवन की समस्याओं को हल करने का माध्यम बनेगा तो छात्र उसे बेहद रुचि से पढ़ेंगे।

इसके लिए बच्चों को अनेकों पहेलियां हल करना चाहिए - यानि गणित की पढ़ाई सबसे मजेदार तरीके से शुरू करना चाहिए। इसके लिए उन्हें वास्तविक चीजों के साथ प्रयोग करने चाहिए। इस पुस्तक में गणित की चंद रोचक गतिविधियों और कहानियों को संजोया गया है।

वास्तविक जीवन की गणित

डा अभय बंग एक बहुत प्रसिद्ध डाक्टर हैं। एक सामुदायिक स्वास्थ्य कर्मी की हैसियत से उन्होंने देश के सबसे गरीब आदिवासियों के साथ काम किया है। बचपन में उनकी पढ़ाई गांधीजी द्वारा वर्धा में स्थापित नई तालीम के स्कूल में हुई।

उन्होंने असली जिंदगी से गणित कैसे सीखी इसकी कहानी डा बंग यहां पर बताते हैं। उन्होंने गणित को किताबी प्रश्नों का हल करके नहीं सीखा बल्कि वास्तव में एक गौशाला का निर्माण करके सीखा।

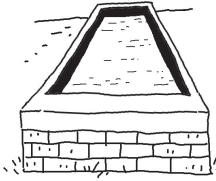
गणित के सामान्य किताबी प्रश्न का यह एक उदाहरण है: 'एक पानी की टंकी में दो नल लगे हैं। ऊपर का नल पानी भरने का काम करता है और नीचे के नल से पानी टंकी से बाहर निकलता है। यह बताओ कि टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?'

'गणित की पुस्तकें अक्सर इस प्रकार के बेमतलब के सवालों से भरी होती हैं। कोई भी होशियार व्यक्ति निचले नल को बंद कर समस्या को हल कर सकता है! मैं यहां आपको एक ठोस उदाहरण द्वारा बताऊंगा कि मैंने अपने स्कूल में आयतन की अवधारणा कैसे सीखी।'

सबसे प्रमुख प्रश्न है: क्या गणित और जिंदगी के अनुभवों के बीच में कोई रिश्ता है?

हमें रोजाना तीन घंटे श्रमदान कर कोई निर्माण का काम करना होता था। गांधीजी के 'ब्रेड-लेबर' दर्शन के तहत बच्चों को खेतों में अपना भोजन खुद उगाना होता था।

विनोबा भावे को भी लगता था कि उत्पादक कार्य करते हुए छात्र बहुत सारी कुशलताएं सीखेंगे।

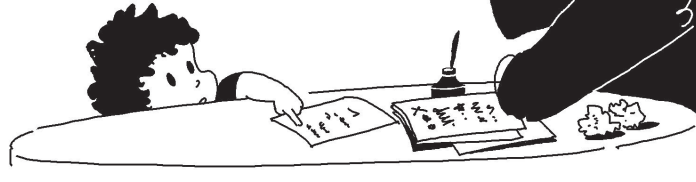
इसके तहत मुझे नवनिर्मित गौशाला में कुछ दिनों काम करना पड़ा। मेरे शिक्षक ने मुझे एक ठोस समस्या का हल खोजने को कहा।

एक गाय रोजाना कितना पानी पीती है यह मुझे पता लगाना था। गौशाला की सभी गायों को प्रतिदिन कितना पीने का पानी चाहिए होगा? उसके बाद मुझे इतनी बड़ी पानी की टंकी का निर्माण करना था जिससे गौशाला की सभी गायों की प्यास बुझ सके।

टंकी में कितनी ईंटें लगेंगी मुझे इसका हिसाब लगाना था। फिर मुझे बाजार जाकर ईंटें खरीदकर लानी थीं। एक सप्ताह तक मैं इस गणितीय समस्या से जूझता रहा।

टंकियां अलग-अलग नाप और आकार की हो सकती थीं। उनका आयतन किस प्रकार निकाला जाए? टंकी के आयतन और बाहरी सतही क्षेत्रफल के बीच में क्या रिश्ता था? अंत में पूरा हिसाब-किताब करने के बाद मैं टंकी को खुद अपने हाथों से बनाया और इस प्रक्रिया में मैंने जिंदगी से संबंधित बहुत कुछ गणित सीखी।

एक से सौ तक जोड़ो

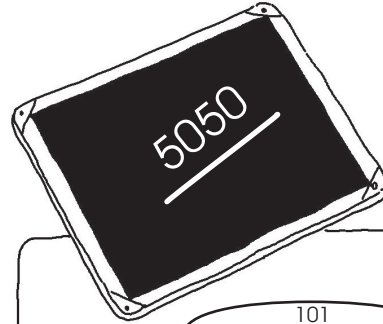
कार्ल फ्रेडरिक गौस (1777-1855) गणितज्ञों में राजकुमार कहलाते थे। वो जर्मनी में एक गरीब परिवार में पैदा हुए थे पर गणित में उनकी विलक्षणता बचपन से ही साफ झलकती थी।

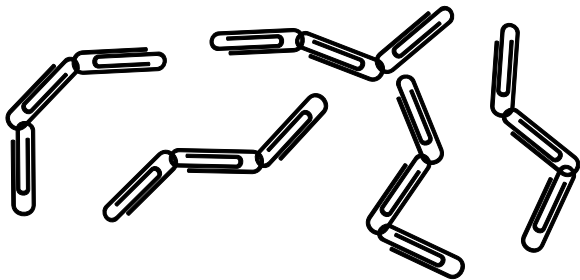
एक दिन जब पिताजी मजदूरों के वेतन का हिसाब लगा रहे थे तो गौस सिर्फ उन्हें देख रहे थे।

गौस ने पिता को बताया कि उनका उत्तर गलत था और उन्हें सही तरीके से गणना करना भी बताया। पिता ने जब गौस के सुझाए तरीके से हिसाब लगाया तो उत्तर सही आया। किसी ने भी गौस को गणना करना नहीं सिखाया था। यह सब उसने देखकर और सुनकर ही सीखा था।

गौस के बचपन की एक अन्य रोचक कहानी है। जब गौस दस साल के थे तो स्कूल के मास्टर बटनर ने कक्षा के बच्चों से 1 से 100 तक के अंक लिखने को और उन्हें जोड़ने को कहा। बच्चों ने झट से अंक लिखे और उन्हें जोड़ने में व्यस्त हो गए। क्योंकि शुरू के अंक छोटे थे इसलिए उन्हें जोड़ना आसान था। पर जैसे-जैसे अंक बड़े होते गए वैसे-वैसे उन्हें जोड़ना मुश्किल होता गया। जब बच्चे तेज गति से अंकों को जोड़ने में व्यस्त थे तब कार्ल गौस अंकों को टकटकी लगाए निहार रहे थे। अंकों को गौर से देखने पर गौस को एक अद्भुत नमूना नजर आया।

बाकी बच्चे पूरे पीरियड 1 से 100 तक के अंकों को जोड़ने में व्यस्त रहे। परन्तु कार्ल अपने हाथ मोड़े आराम से बैठा रहा और मास्टर बटनर उसे कटु निगाहों से घूरते रहे।

पीरियड के अंत में केवल कार्ल का ही उत्तर सही पाया गया। यह पूछे जाने पर उसने समस्या का हल कैसे निकाला, कार्ल ने इन शब्दों में उत्तर दिया।

नमूने देखने से समस्या आसान हो जाती है।

मैंने पहले और अंतिम अंक को देखा। उनका जोड़ 100 + 1 = 101 था। फिर मैंने दूसरे और अंत से दूसरे अंक को देखा। उनका जोड़ भी 101 (2 + 99 = 101) था। तीसरे और अंत से तीसरे अंकों का जोड़ भी 101 (3 + 98 = 101) था। और यह नमूना पूरी श्रृंखला पर लागू था। और क्योंकि केवल 100 अंक थे तो उनकी कुल 50 जोड़ियां होंगी - जिनमें हरेक का जोड़ 101 होगा। इसलिए मैंने सिर्फ 101 को 50 से गुणा किया और मुझे 5050 उत्तर मिला।

चेन को जोड़ना

इन पंद्रह कड़ियों को जोड़ कर एक लम्बी चेन बनानी है। एक जोड़ को काटने में 1 रुपए का खर्च आता है और दो कड़ियों को जोड़ने में 2 रुपए का खर्च आता है।

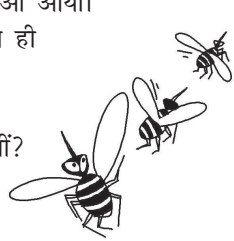
लम्बी चेन बनाने में सबसे कम खर्च कितना आएगा?

लीलावती - गणित में कविता

अपनी प्रसिद्ध पुस्तक 'लीलावती' में भास्कराचार्य (1114-1183) ने दावा किया कि अगर किसी संख्या को शून्य से भाग दिया जाए तो उत्तर अनंत होगा। और चाहें दुनिया जन्म ले अथवा ध्वस्त हो यह सत्य नहीं बदलेगा।

गणित को अक्सर एक जटिल और उबाऊ विषय जैसे पेश किया जाता है। ऐसा मानना है कि अमूर्त चिंतन के कारण गणित का विषय केवल कुछ ही लोगों को अच्छा लगेगा। भारतीय गणितज्ञ भास्कराचार्य द्वारा लिखित 'लीलावती' पुस्तक इस धारणा को ध्वस्त करती है और गणित को आम जीवन से जुड़ी समस्याओं के जरिए रोचक कविताओं के रूप में पेश करती है।

एक उदाहरण से यह ज्यादा स्पष्ट होगा:

कुल मधुमक्खियों में से आधी का वर्गमूल
मालती के पेड़ पर उड़ गया। फिर कुल
मधुमक्खियों का 8/9 समूह भी उड़ गया।
बेचारी एक मधुमक्खी कमल के फूल के
अंदर तब फंसी जब उसका प्रेमी
उसे खोजता हुआ आया।
अब बहन, तुम ही
बताओ कि
कुल कितनी
मधुमक्खियां थीं?

एक द्विघातीय (क्वाडरैटिक) समीकरण लिखकर इस समस्या का बीजगणितीय हल आसानी से निकाला जा सकता है। उत्तर : कुल मिला कर 72 मधुमक्खियां थीं।

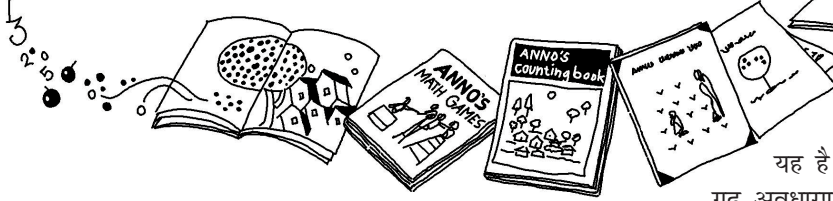
ऐसा कहा जाता है कि भास्कराचार्य ने अपनी बेटी लीलावती की गणित में रुचि बढ़ाने के लिए इन समस्याओं को संजोया। भास्कराचार्य ने लीलावती की जन्मकुंडली का अध्ययन किया और वे इस निर्णय पर पहुंचे कि अगर लीलावती की शादी एक सुनिश्चित शुभमहूर्त पर नहीं हुई तो उसका पति जल्द ही मर जाएगा।

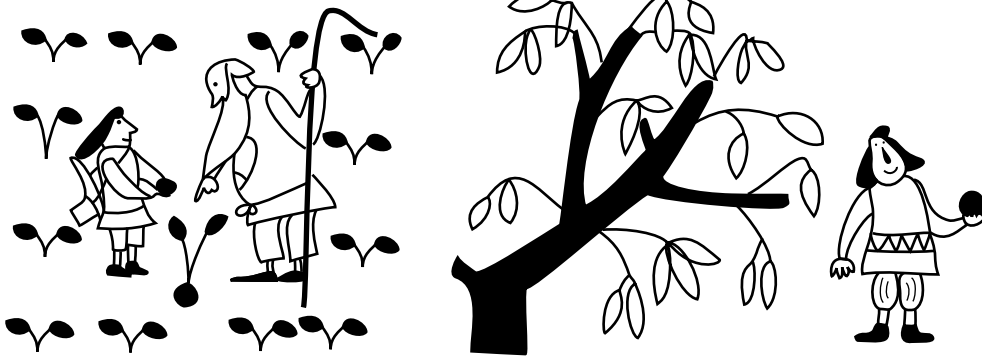
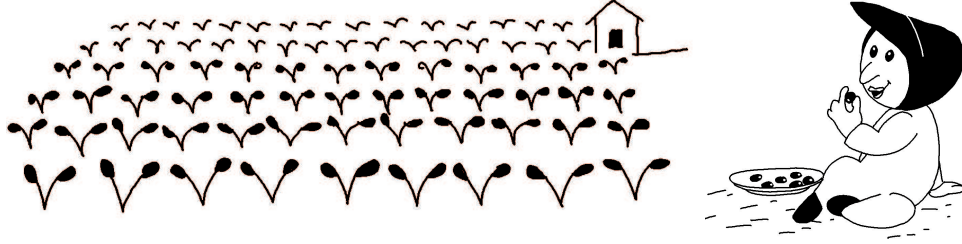
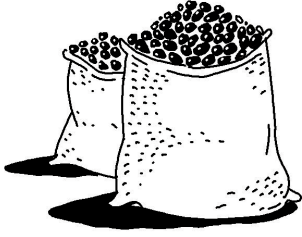
लीलावती को शुभ घड़ी की सूचना देने के लिए उन्होंने एक छेद वाले कटोरे को पानी के एक बड़े बर्तन में रखा। शुभ घड़ी के समय कटोरा पानी से भरता और फिर पानी में डूब जाता। भास्कराचार्य ने इस उपकरण को लीलावती से छिपाकर एक कमरे में रखा। उन्होंने लीलावती को उस कमरे में न जाने की सख्त हिदायत भी दी थी। परन्तु जिज्ञासू लीलावती उपकरण देखने की अपनी ललक को काबू में नहीं रख पाई और उसने उस कमरे में प्रवेश किया। तभी इत्तिफाक से उसकी नथनी का एक मोती निकल कर कटोरे में गिर गया और उसने छेद को बंद कर दिया। इससे महूर्त की शुभ घड़ी टल गई और जल्द ही लीलावती विधवा हो गई।

यहां एक अन्य सुन्दर समस्या है:

प्रेम करते समय एक हार टूट गया। सारे मोती इधर-उधर बिखर गए। 1/6 मोती फर्श पर बिखरे। 1/6 मोती पलंग पर गिरे। युवती ने एक-तिहाई मोतियों को एकत्रित किया। उसके प्रेमी ने 1/10 मोतियों को बीना। अब मोतियों के हार में कुल 6 मोती बचे। बताओ, हार में कुल कितने मोती थे?

एनो के जादुई बीज

एनोस मैजिक सीड्स एक विलक्षण पुस्तक है। इसमें गणित के जादू को एक रोचक कहानी में पिरोया गया है। इसे जापान के बहुचर्चित और पुरुस्कृत लेखक मित्सुमा एनो (जन्म 1926) ने लिखा है। एनो को 1984 में उनकी अद्वितीय बाल पुस्तकों के लिए प्रसिद्ध अंतर्राष्ट्रीय पुरुस्कार हैंस क्रिस्चियन एंडरसन अवार्ड से सम्मानित किया गया था।

एनो कि खासियत यह है कि वे गणित की गूढ़ अवधारणाओं को कहानियों में बेहद सुंदर तरीके से पिरोते हैं। अक्सर इस बात का पता ही नहीं चलता है कि क्या गणित कहानी को आगे बढ़ा रही है या फिर कहानी गणित को धकेल रही है।

जैक एक आलसी युवा है। एक दिन उसकी मुलाकात एक बूढ़े साधू से होती है जो उसे दो सुनहरे जादुई बीज देता है। और तब से जादू शुरू होता है। एक बीज खाने के बाद जैक को पूरे साल भूख नहीं लगती है। साधू के कहे अनुसार जैक दूसरे बीज को जमीन में बो देता है और उस पेड़ से अगले साल उसे दो सुनहरे बीज मिलते हैं। एक बीज जैक के पेट को साल भर के लिए तृप्त रखता है। जैक दूसरा बीज बो देता है। पेड़ में हर बार दो बीज पैदा होते हैं। इस प्रकार हर साल जैक एक बीज खाता है और दूसरे को बोता है।

इस तरह जैक का जीवन मजे से चलता है। फिर एक साल जैक मेहनत-मजदूरी कर भोजन की जुगाड़ करता है और एक की बजाए दोनों बीजों को बो देता है। अगले साल उसे 4 बीज मिलते हैं। वो एक को खाकर 3 को बो देता है। अगले साल उसे 6 बीजों की फसल मिलती है जिसमें से एक को खाकर वो 5 को बोता है। इससे उसके बीजों का खजाना बढ़ता है और वो धनी बन जाता है।

कुछ समय बाद जैक का विवाह होता है और एक बच्चा भी। वो न केवल अपने परिवार का भरण-पोषण कर पाता है पर उसकी तकदीर का सितारा चमकता है और उसकी समपत्ति दिन-दूनी, रात-चौगुनी बढ़ती है। फिर एक जबरदस्त तूफान आता है जिसमें उसकी सारी धन-दौलत बह जाती है।

जैक की हस्ती तूफान में तबाह हो जाती है। जैक के पास बस कुछ ही जादुई बीज बचते हैं। उन्हें उसने एक पेड़ की ऊंची शाख से बांध कर सुरक्षित रखा था। जैक, उसकी पत्नी और बच्चा उनकी जान बचाने के लिए भगवान का नमन करते हैं, और फिर अपनी जिंदगी को दुबारा से शुरू करते हैं।

यह पुस्तक एक रोचक गणित की कहानी से कहीं अधिक है। इसमें एक गहरा संदेश छिपा है। सुधी पाठक कहानी में उस क्षण को पहचान पाएंगे जब आलसी जैक चतुर सुजान बनता है (या फिर गणित का हिसाब बेहतर तरीके से लगा पाता है)। अंत में समझदार जैक अपने बिखरे हुए जीवन को दुबारा से शुरू करने की हिम्मत बटोरता है। कहानी असली जीवन के तमाम संदर्भ प्रतिबिंबित करती है। गर्दिश और गरीबी के बाद जैक सफलता हासिल करता है। पर प्राकृतिक आपदा जैक की सारी सम्पत्ति को बहा ले जाती है और यह अनुभव उसे और नम्र बनाता है।

क्रिपटोग्राम्स के हल

1. S = 1, O = 7, I = 3, L = 4, B = 6, Y = 2.
2. S = 3, L = 0, Y = 6, R = 5, I = 9, G = 1.
3. C = 1, R = 4, A = 9, B = 5, S = 0.
4. M = 4, E = 6, A = 2, L = 1, S = 5.
5. T = 9, E = 0, P = 1, I = 5, L = 7.
6. P = 8, E = 1, N = 3, R = 6.
7. D = 8, O = 4, G = 9, F = 1, A = 0, N = 2, S = 7.
8. H = 9, O = 3, T = 2.
9. L = 6, U = 7, S = 1, H = 9, E = 0, R = 5.
10. S = 5, P = 9, I = 4, T = 6.
11. T = 2, A = 5, P = 8, E = 6.
12. S = 9, E = 5, N = 6, D = 7, M = 1, O = 0, R = 8, Y = 2.
13. W = 0, I = 6, N = 2, L = 5, A = 7, S = 8, T = 9.
14. A = 4, H = 6, O = 2, G = 5, T = 1, I = 0, E = 7.
15. O = 6, N = 9, E = 3, R = 8, Z = 1.
16. T = 7, H = 5, I = 3, S = 0, V = 1, E = 9, R = 4, Y = 2, A = 5.
17. C = 9, R = 6, O = 2, S = 3, A = 5, D = 1, N = 8, G = 7, E = 4.
18. M = 1, E = 3, T = 7, R = 4, L = 6, I = 9, G = 5, A = 7, S = 2, C = 8.
19. J = 8, U = 4, N = 3, E = 2, L = 7, Y = 5, A = 1, P = 6, R = 9, I = 0.
20. इसका हल खुद खोजें!

रामानुजन – प्रतिभाशाली गणितज्ञ

श्रीनिवास रामानुजन का जन्म 22 दिसम्बर 1887 को तमिलनाड के इरोड जिले में हुआ। उनके पिता एक साड़ी की दुकान में क्लर्क की नौकरी करते थे। रामानुजन की गणितीय प्रतिभा बचपन से ही जाहिर थी। वो हमेशा सवाल पूछते थे जो कभी-कभी बहुत अटपटे भी होते थे जैसे – 'सबसे निकटतम तारे एल्फा सेंचुरी तक पहुंचने में ट्रेन को कितना समय लगेगा?' इन ऊल-जलूल प्रश्नों से रामानुजन के शिक्षक उनसे बहुत खफा रहते थे।

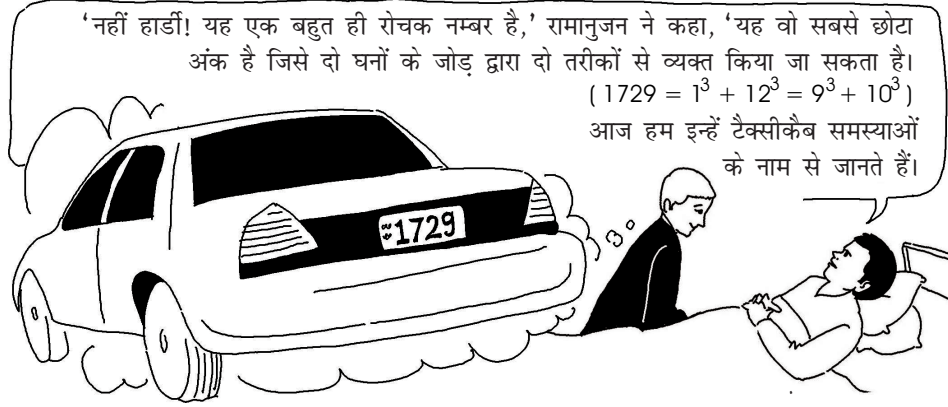
एक दिन शिक्षक गणित में भाग समझा रहे थे। उन्होंने कहा? 'अगर किसी संख्या को उसी संख्या से भाग दिया जाए तो उत्तर हमेशा 1 मिलेगा।' 'क्या शून्य को शून्य से भाग देने पर भी 1 मिलेगा?' रामानुजन ने पूछा।

रामानुजन ने गणित का औपचारिक प्रशिक्षण नहीं किया, फिर भी उनकी गणित की प्रतिभा अद्वितीय थी। उन्होंने 'नम्बर थ्योरी' में तो कमाल ही कर दिखाया। जब पॉल इरडौश ने गणितज्ञ हार्डी से उनके गणित के जीवन के सर्वोच्य योगदान के बारे में पूछा तो हार्डी ने बेहिचक कहा, 'रामानुजन की खोज।' एक ओर जहां हार्डी पक्के नास्तिक थे और हर चीज का कठोर सबूत मांगते थे, वहां दूसरी ओर रामानुजन अपने सहज बोध से अनेकों प्रूफ लिख देते थे।

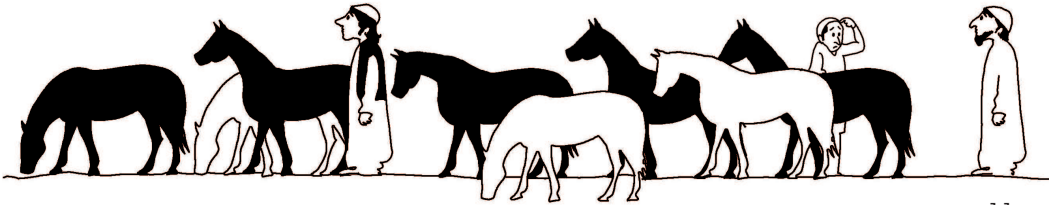
1916 में केम्ब्रिज यूनिवर्सिटी ने रामानुजन को स्नातक की डिग्री दी और 1919 में उन्हें फेलो ऑफ द रॉयल सोसायटी मनोनीत किया। शाकाहारी होने के कारण रामानुजन अपना खाना खुद ही पकाते थे। काम के दबाब के कारण और ठीक पोषण न मिलने के कारण रामानुजन को इंग्लैंड में तपेदिक की बीमारी हो गई और उन्हें अस्पताल में दाखिल होना पड़ा।

दामोदर धर्मानंद कोसम्बी
(वरिष्ठ भारतीय गणितज्ञ)

'हमारे देश में भास्कराचार्य के आठ सौ साल बाद केवल एक विश्व-स्तरीय गणितज्ञ पैदा हुआ। उसका नाम था रामानुजन और वो कॉलेज का प्रथम वर्ष भी पास नहीं कर पाया। भारत ने उसे जन्म, भुखमरी, क्षयरोग और असामयिक मृत्यु दी। ब्रिटिश गणितज्ञ हार्डी को इस बात का पूरा श्रेय है कि उन्होंनें रामानुजन की विलक्षणता को पहचाना और उन्हें इंग्लैंड बुलाकर उनकी प्रतिभा को फलने-फूलने दिया'

जब हार्डी रामानुजन से अस्पताल में मिलने गए तब उन्होंने कहा,
'मेरी टैक्सी का नम्बर 1729 था, जो मुझे काफी उबाऊ लगा।'

मोलक्का के घोड़े

पुराने जमाने में एक व्यापारी था। उसके तीन बेटे थे। किसी भी बेटे की व्यापार में रुचि नहीं थी। सारा व्यापार उस आदमी का मैनेजर सम्भालता था। दुर्भाग्यवश व्यापारी बीमार पड़ गया। अंतिम दिनों में उसने अपनी वसीयत लिखी। उसमें उसने अपनी सारी जायदाद में से आधी अपने सबसे बड़े लड़के के नाम लिखी। बची हुई जायदाद का आधा हिस्सा मंझले बेटे के नाम लिखा। और बचे हुए का आधा भाग अपने छोटे बेटे के नाम लिखा। मृत्यु के बाद लड़कों को मालूम पड़ा कि उनके पिता उनके लिए सिर्फ सात घोड़े छोड़ गए थे। वसीयतनामे के अनुसार बंटवारे के लिए बेटों घोड़ों को काटना पड़ता। उन्हें समझ नहीं आया कि आखिर वे क्या करें?

तभी एक समझदार इंसान जिसका नाम मोलक्का था उनकी मदद के लिए आया। उसने सबसे पहले तौहफे के रूप में उन्हें अपना घोड़ा दे दिया। इससे बेटों की कुल जायदाद अब 7 से बढ़कर 8 घोड़े हो गई। वसीयतनामे के अनुसार बड़े लड़के को आधी सम्पत्ति यानि 4 घोड़े मिले। बीच वाले को बची जायदाद का आधा यानि 2 घोड़े मिले। और सबसे छोटे बेटे को बची जायदाद का आधा यानि 1 घोड़ा मिला। कुल मिलाकर उन्हें 4 + 2 + 1 = 7 घोड़े मिले। फिर मोलक्का अपने घोड़े पर सवार होकर घर की ओर चला।

कापरेकर का स्थिरांक - 6174

दत्तात्रेय रामचंद्र कापरेकर (1905–1986) एक भारतीय गणितज्ञ थे जिन्होंने 'नम्बर थ्योरी' में कई रोचक खोजें कीं। इसमें अंकों का एक वर्ग और एक स्थिरांक (कांस्टेंट नम्बर) शामिल है जो आज भी कापरेकर के नाम से मशहूर है। कापरेकर ने उच्चतर गणित में कोई औपचारिक शिक्षा हासिल नहीं की। उन्होंने सारी जिंदगी नाशिक, महाराष्ट्र में एक स्कूली शिक्षक की हैसियत से काम किया (1930 -1962)।

कापरेकर ने रिकरिंग डेसिमल्स, मैजिक स्कैव्यर और विशेष गुणों वाले अंकों पर अनेकों गणितीय निबंध लिखे। जल्द ही 'मनोरंजक गणित' के क्षेत्र में उनका नाम प्रसिद्ध हो गया। कापरेकर किसी संस्था के सदस्य नहीं थे और उन्होंने अपना सारा शोधकार्य अकेले ही किया। उन्होंने 'नम्बर थ्योरी' और अंकों के गुणधर्मों के बारे में अनेकों मौलिक खोजें कीं। शुरु में भारतीय गणितज्ञयों ने उन्हें गम्भीरता से नहीं लिया और उनके लेख घटिया स्तर की पत्रिकाओं में या निजी रूप से छपे।

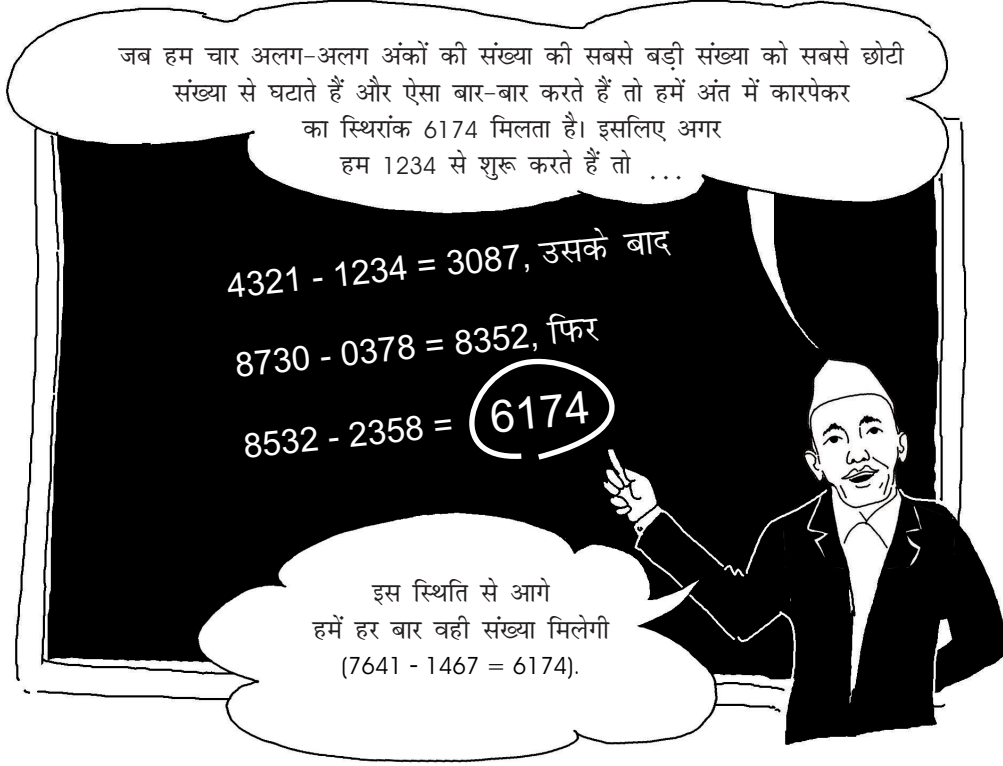
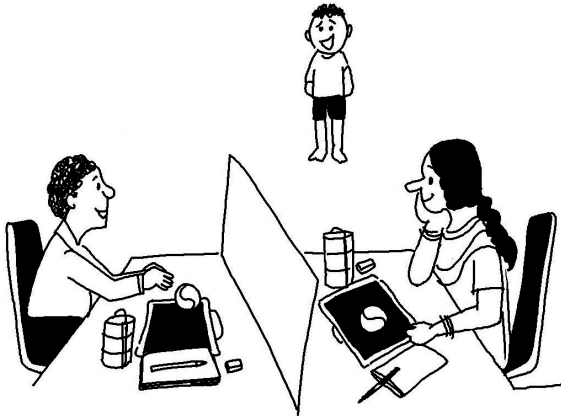
कापरेकर को अंतराष्ट्रीय ख्याति तब मिली जब प्रसिद्ध गणित लेखक मार्टिन गार्डनर ने उनके काम के ऊपर अपने **'मैथमैटिकल गेम्स'** कालम के तहत सुप्रसिद्ध पत्रिका 'साइंटिफिक अमेरिकन' में एक लेख लिखा। आज कापरेकर की शोहरत दूर-दूर तक फैल है और बहुत से गणितज्ञों ने उनके कार्य पर आगे शोधकार्य किया है। 1947 में उन्होंने कापरेकर कांस्टेंट 6174 को खोजा।

पहले एक चार अंकों वाला नम्बर चुनें जिसके सभी अंक एक-समान न हों (1111, या 2222 न हों)। फिर इन अंकों को सजाकर उनसे सबसे अधिक और सबसे न्यूनतम संख्याएं बनाएं। फिर सबसे कम संख्या को सबसे अधिक संख्या में से घटाएं। और फिर इस प्रक्रिया को बार-बार दोहराएं।

उदाहरण के लिए संख्या 2013 लें। इसकी सबसे अधिक संख्या होगी 3210 और सबसे कम होगी 0123

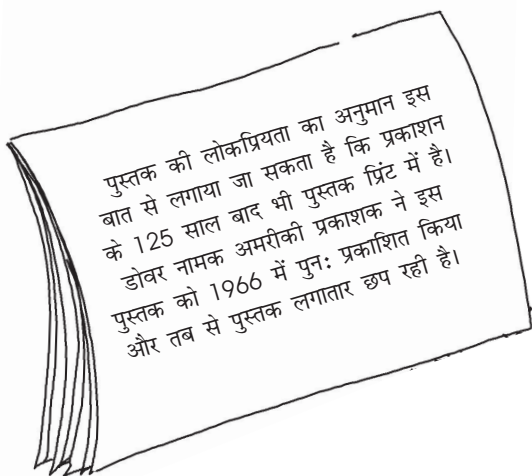
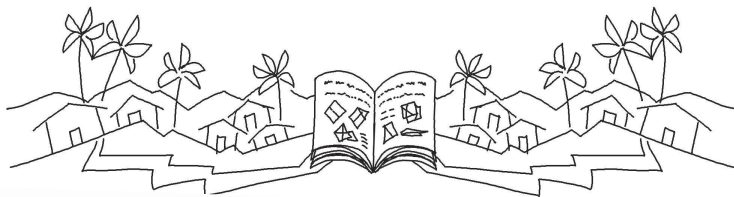
3210 – 0123 = 3087
8730 – 0378 = 8352
8532 – 2358 = 6174
7641 – 1467 = 6174

6174 तक पहुंचने के बाद यह प्रक्रिया वापस दोहराएगी और हर बार 6174 की संख्या ही मिलेगी। इसलिए संख्या 6174 को 'मूल' कहा जाता है। 6174 को कापरेकर कांस्टेंट के नाम से भी जाना जाता है।

1947 में कारपेकर ने 6174 स्थिरांक की खोज की इसलिए वो उन्हीं के नाम से प्रसिद्ध है।

निर्देशों का पालन

हम निर्देश देने में कितने कुशल हैं? दो खिलाड़ी मेज के दोनों सिरों पर बैठते हैं और उनके बीच में एक पर्दा होता है। दोनों के पास एक-समान वस्तुएं होती हैं। लड़की इन चीजों को एक-एक करके मनमर्जी से एक क्रम में सजाती है। वो अपने किए को अपने साथी को शब्दों में समझाती है।

लड़का, लड़की द्वारा सजाई चीजों को देख नहीं सकता है। उसे केवल सुनकर उसी तरह का नमूना बनाना है। अक्सर यह कर पाना बहुत मुश्किल काम होता है। करने पर आपको इसमें होने वाली तमाम गल्तियों का अंदाज लगेगा।

पेपर फोल्डिंग से ज्यामिति

भारत ने दुनिया को शून्य दिया यह तो बहुत लोगों को पता है। पर बहुत कम लोग जानते हैं कि पेपर फोल्डिंग से ज्यामिति सीखने पर पहली पुस्तक एक भारतीय श्री तंडालम सुंदरा राव ने लिखी थी।

उनकी पुस्तक **'सम ज्यामैट्रिक एकसरसाइजिज इन पेपर फोल्डिंग'** को सर्वप्रथम 1893 में ऐंडिसन एंड कम्पनी, माउंट रोड, मद्रास (चेन्नई) ने प्रकाशित किया।

उस काल में अंग्रेजों का राज था और यह समझना ठीक ही है कि उनके उपनाम 'राव' का अंग्रेजीकरण कर उसे 'रो' बना दिया गया था। इस विलक्षण व्यक्ति के बारे में हमें बहुत कम पता है। हम इतना जरूर जानते हैं कि उन्होंने बी ए की डिग्री हासिल की थी और वे तमिलनाड में कहीं डिप्टी कलेक्टर थे।

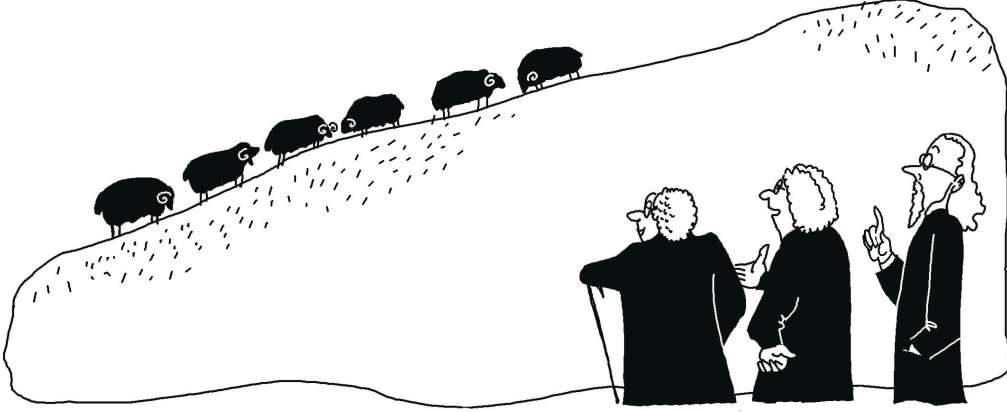
चिन्ह और अंतराल

आज से 5000 वर्ष पहले, बैबिलोनिया, इराक में लोग 60 के खंडों में गिनते थे। 1 से 59 के लिए वे 59 अलग-अलग संकेत उपयोग करते थे और फिर वे शून्य के लिए एक स्थान छोड़ते थे। बड़ी संख्याओं में हरेक चिन्ह 60 का समूह जैसे 60 x 60 दर्शाता था।

चित्र में दिखाया चिन्ह 72 दर्शाता है। पहला चिन्ह 60 का एक समूह दर्शाता है। उसके बाद के तीनों चिन्ह 12 दर्शाते हैं। गिनने की यह पद्धति आज भी जिंदा है - समय में। हमारे घंटे 60 मिनटों में और मिनट 60 सेकंडों में बंटे होते हैं।

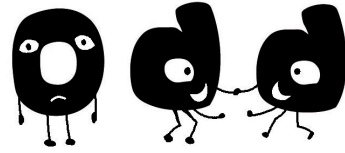
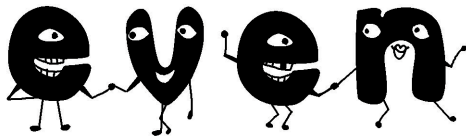
गणित का पुख्तापन

इयान स्टूअर्ट की यह कहानी गणित की बारीकियों पर प्रकाश डालती है।

एक खगोलशास्त्री, एक भौतिकशास्त्री और एक गणितज्ञ स्कॉटलैंड में छुट्टियां मनाने गए थे। ट्रेन की खिड़की से उन्हें खेत के बीचोंबीच एक काली भेड़ दिखाई दी।
'कितनी रोचक बात है,' खगोलशास्त्री ने कहा, 'स्कॉटलैंड में सभी भेड़ें काली होती हैं!'
यह सुनकर भौतिकशास्त्री ने अपनी असहमति व्यक्त की, 'नहीं, नहीं! स्कॉटलैंड में कुछ भेड़ें ही काली होती हैं!' तब गणितज्ञ ने खीजते हुए, आसमान की ओर देखते हुए अपने अरमां व्यक्त किए, 'स्कॉटलैंड में जरूर एक ऐसा खेत है, जिसमें एक ऐसी भेड़ है जो कम-से-कम एक तरफ से काली है।'

असम और सम

सम संख्या का हमदम
एक मित्र, हमेशा होगा
बाएं-दाएं, इधर-उधर
साथी जरूर होगा।

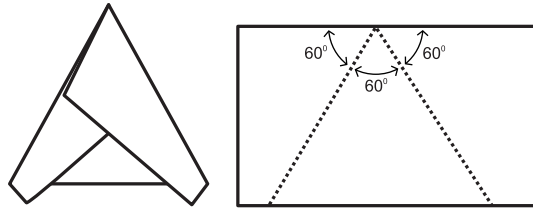
असम संख्या को हरदम
अकेले ही रहना होगा
उसका हमदम खोजो
वो खुद अकेला होगा।

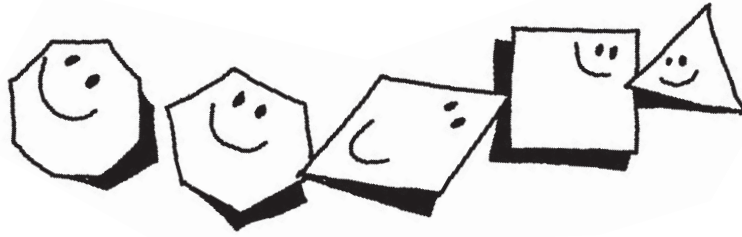
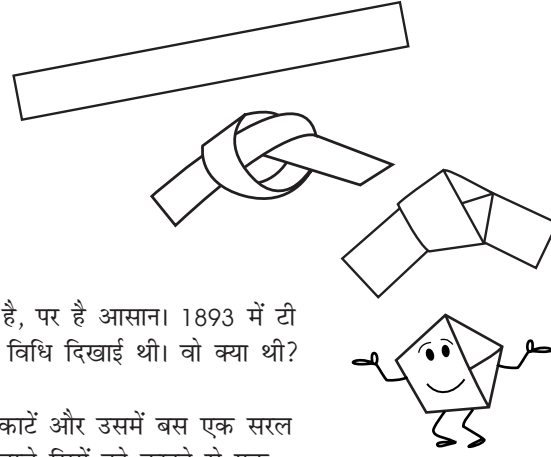
– मैग्ज वैडवर्थ

गणित मिशनरी – पी के श्रीनिवासन

मैंने सबसे पहले सुदंरा राव की पुस्तक **'सम ज्यामैट्रिक एकसरसाइजिज इन पेपर फोल्डिंग'** के बारे में पी के श्रीनिवासन (1924-2005) से सुना। श्रीनिवासन, गणित को गतिविधियों द्वारा सिखाने के प्रमुख समर्थक थे।

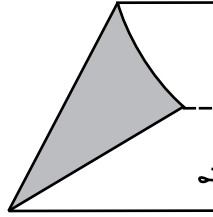
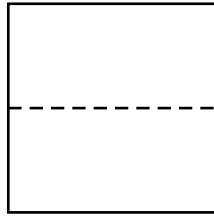
श्रीनिवासन का व्यक्तिगत जीवन गणित से ओत-प्रोत था। उनसे मिलने के बाद उनके अपार उत्साह से हरेक कोई गणित के रंग में सराबोर हो जाता था। 1986 मैं श्रीनिवासनजी से श्री अरबिंदो आश्रम, पुडुचेरी में आयोजित एक कार्यशाला में पहली बार मिला।

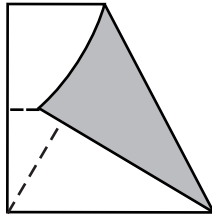
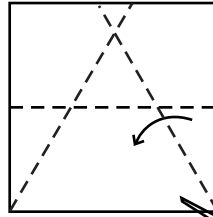
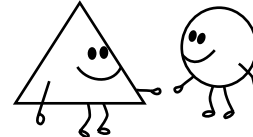
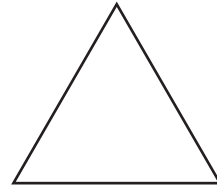
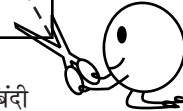
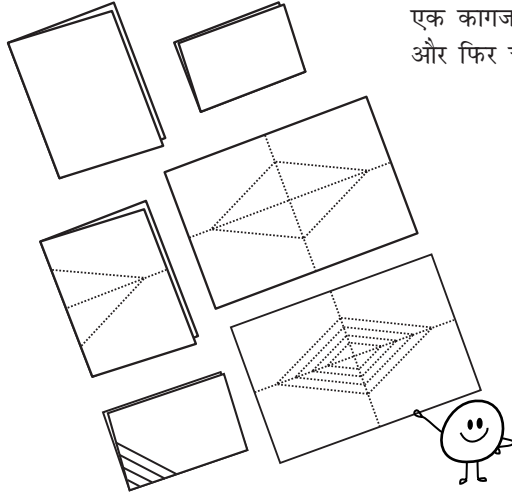
उन दिनों फोटोकॉपी का चलन नहीं था। इसलिए श्रीनिवासनजी ने साईक्लोस्टाइल्डि कागज का एक रीम मंगाया। साथ में पुराने अखबार, गोंद और एक स्टेपलर भी मंगाया। हरेक टीचर को एक-एक कागज दिया गया और उनसे उसमें 60-अंश का कोण मोड़ने को कहा गया।

शिक्षकों ने बहुत कोशिश की पर असफल रहे। उन्होनें केवल चांदे से ही कोण मापना सीखा था। उन्हें कोण मापने का कोई तरीका पता ही न था। जल्द ही उन्होंने अपने घुटने टेक दिए।

फिर श्रीनिवासनजी ने कागज की एक किनार को तीन बराबर 60-अंश के कोणों में मोड़ा। सारे शिक्षक गद्‌गद्‌ हो गए। उनके लिए वो बेहद सुंदर और सुखद अनुभव था। ऐसा लगा जैसे शिक्षकों के लिए एक नई दुनिया खुल गई हो।

उसके बाद पूरे दिन शिक्षक ज्यामिती की आकृतियां - चतुर्भुज, षट्भुज, अष्टभुज आदि मोड़ते रहे। उन्होंने कुल मिलाकर 80 दो-आयामी और तीन-आयामी आकृतियां मोड़ीं। इन दो दिनों में उन्होंने व्यावहारिक और उपयोगी ज्यामिती के बारे में इतना सीखा जितना उन्होंने अपने बीएड के कोर्स में भी नहीं सीखा था।

श्रीनिवासन गणित के महामुनी थे। उन्होंने अकेले - बिना किसी मदद के लाखों बच्चों को गणित की सुंदरता से अवगत कराया। वो गणित को गतिविधियों द्वारा करने के पक्षधर थे। वो टीचरों के सामने रोए, उनसे प्रार्थना की कि गणित का असीम संसार उनके चारों ओर फैला है। पर जब किसी ने उनके दुख को नहीं समझा तब उन्होंने 'द हिन्दू' अखबार के लिए गणित पर 60 लोकप्रिय लेख लिखे। यह लेख आज गणित गतिविधियों के क्लास्किस माने जाते हैं। उन्होंने दिखाया कि गणित हमारे आसपास की तमाम साधारण चीजों में विद्यमान है - सिक्कों में, झाड़ू की सीकों में, माचिसों में, चौकोन कॉपी में, बस टिकटों में और हरेक कैलेन्डर में। इन साठों लेखों को संकलित करके एनसीईआरटी ने **'रिसोर्स मटेरियल फॉर मैथमैटिक्स क्लब एक्टीविटीस'** के नाम से छापा है।

पंचभुज कैसे मोड़ा जाए?
पंचभुज मोड़ना थोड़ो माथापच्ची का काम है, पर है आसान। 1893 में टी सुंदरा राव ने पंचभुज मोड़न की एक सुंदर विधि दिखाई थी। वो क्या थी?

एक ए-4 कागज से 3-सेमी चौड़ी पट्टी काटें और उसमें बस एक सरल गांठ लगाएं! गांठ को चपटा करके उसके लम्बे सिरों को काटने से एक सुंदर नियमित पंचभुज बन जाएगा। हमने अपने जीवन में कितनी बार गांठ लगाई है पर उससे पंचभुज बनने की बात पर कभी गौर ही नहीं किया!

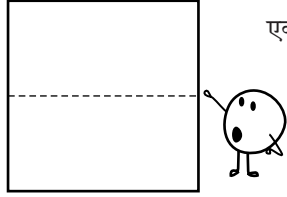
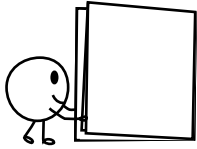
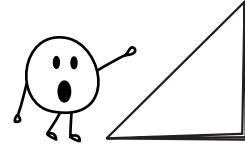
समबाहु त्रिभुज मोड़ना

एक वर्ग की मध्य-रेखा मोड़ें।

फिर वर्ग के बाएं कोने को मध्य-रेखा पर रखें। इस प्रकार मोड़ें जिससे कि बायां सिरा निचले बाएं कोने से होकर गुजरे।

इसी प्रक्रिया को ऊपरी दाएं कोने के साथ दोहराएं।

फिर दोनों तिरछी बिंदी वाली रेखाओं को काटने से आपको एक सुंदर समबाहु त्रिकोण मिलेगा।

समानांतर चतुर्भुज मोड़ना

एक कागज को पहले आधे में
और फिर चौथाई में मोड़ें।

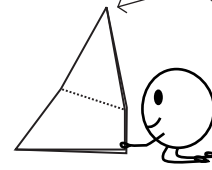
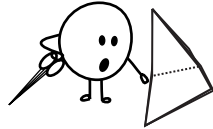
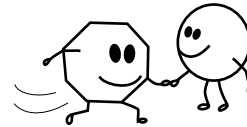
फिर चार तहों वाले कोने
पर एक त्रिकोण मोड़ें।

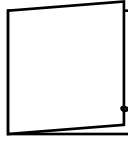
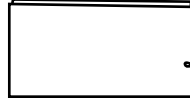
कागज को खोलने पर आपको बीच में
एक सुंदर समानांतर चतर्भुज दिखाई देगा।

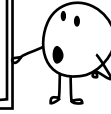
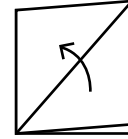
कोने को आप कई समानांतर तहें मोड़ें।
खोलने पर आपको बर्फी के अंदर
बर्फी के अंदर बर्फी नजर आएगी।

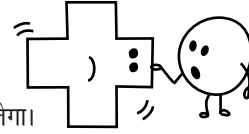
अष्टभुज मोड़ना

एक कागज के वर्ग को ऊपर से नीचे आधे में मोड़ें।

फिर दाएं से
बाएं आधे में मोड़ें।

फिर ऊपरी बाएं
कोने को निचले दाएं
कोने तक कर्ण पर मोड़ें।

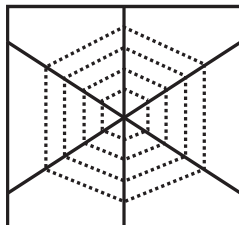
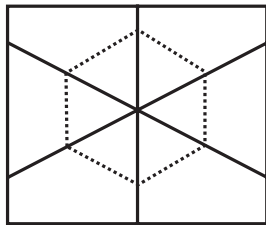
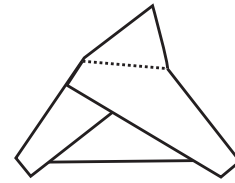
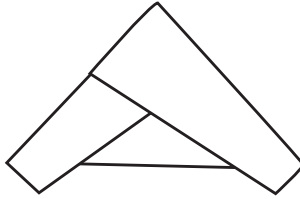
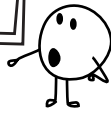
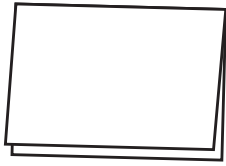
फिर कागज के शीर्ष को नीचे करके एक त्रिकोण मोड़ें।

बिंदी वाली रेखा
पर काटने से...

...आपको
एक नियमित
अष्टभुज मिलेगा!

क्रास बनाना

एक कागज के वर्ग को नीचे से ऊपर आधे में मोड़ें।

फिर उसे बाएं
से दाएं आधे
में मोड़ें।

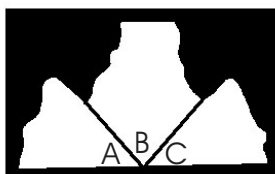
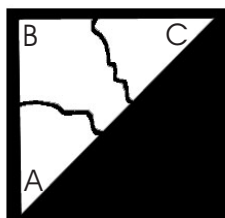
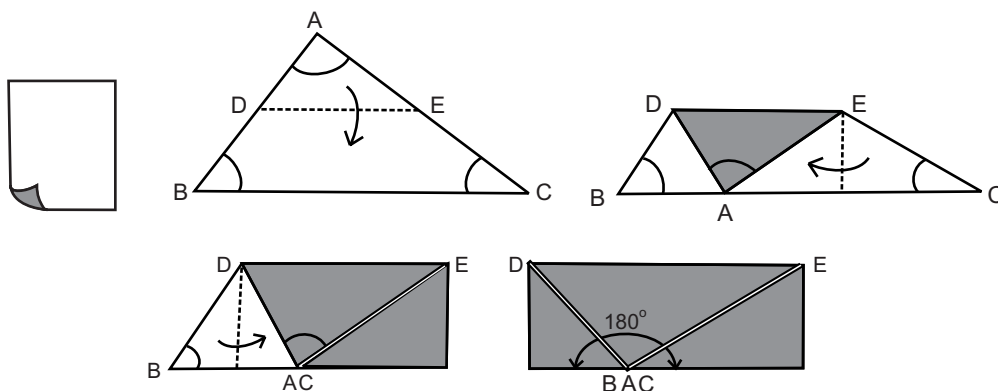
ऊपरी तह को नीचे से
ऊपर उठाकर कर्ण मोड़ें।
कागज को पलटें और
उधर भी इसी प्रक्रिया
को दोहराएं।

फिर बिंदी वाली
रेखा पर काटने से ...

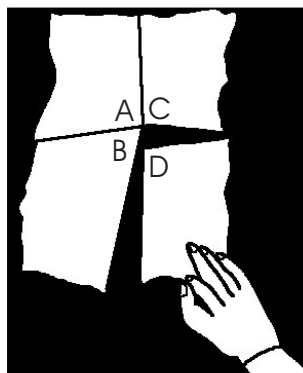
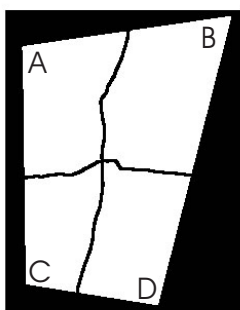
... और कागज को
खोलने से आपको
एक सुंदर क्रास मिलेगा।

षटभुज मोड़ना

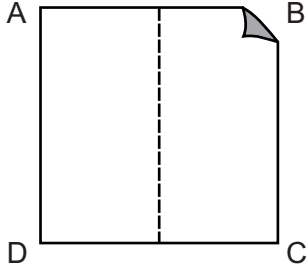
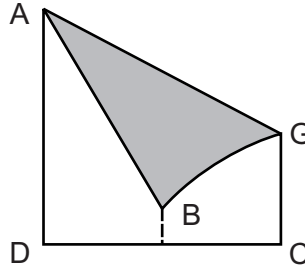
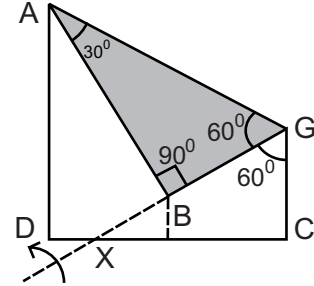
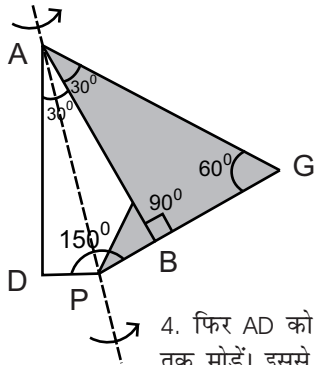
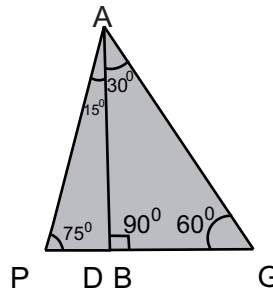
पहले कागज को आधे में मोड़ें।

फिर ऊपर के मुड़े हुए सिरे (180-अंश) को तीन बराबर
60-अंश के हिस्सों में मोड़ें।

फिर कागज के शीर्ष बिंदु से एक
त्रिकोण मोड़ें। कागज को खोलने
पर आपको केंद्र में एक सुंदर
षटभुज मिलेगा।
अगर आप एक की बजाए कई
त्रिकोण मोड़ेंगे तो खोलने पर
आपको कागज के बीच में एक
मकड़ी का षटभुज
जाल नजर आएगा।

त्रिकोण के कोण

एक कागज लें – एक ओर सफेद और दूसरी ओर रंगीन। उसमें से किसी भी माप अथवा आकार का त्रिभुज ABC काटें। फिर A को आधार BC तक मोड़ें। फिर बाएं और दाएं कोनों को भी बिंदु A तक मोड़ें। आप पाएंगे कि त्रिभुज ABC के तीनों कोण एक साथ मिलकर एक सीधी-रेखा यानि 180-अंश का कोण बनाएंगे।

किसी भी त्रिभुज को तीन भाग में फाड़ें। उसके तीनों कोणों को आपस में जोड़ने से आपको 180-अंश का कोण मिलेगा।

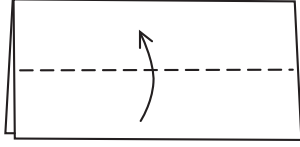
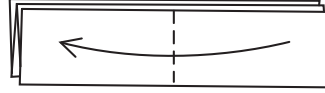
चतुर्भुज के कोण

कोई भी चार भुजा वाला अनियमित चतुर्भुज लें। उसे चित्र में दिखाए अनुसार चार हिस्सों में फाड़ें। फिर चतुर्भुज के चारों कोणों ABCD को एक बिंदु पर इकट्ठा करें। वे सारे मिलकर 360-अंश का कोण बनाएंगे। इस प्रयोग को आप अलग-अलग आकार और माप के चतुर्भुजों के साथ दोहराएं।

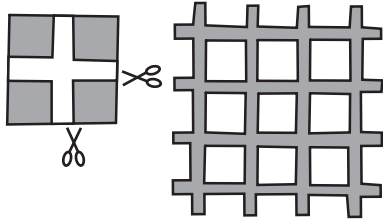
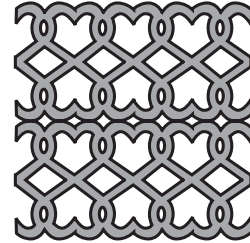
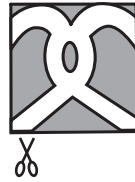
कागज का कोणमापी

1. एक 10-सेमी भुजा के वर्ग ABCD की मध्य-रेखा मोड़ें।

2. कोने B को मध्य-रेखा पर रखें जिससे ऊपर की तिरछी रेखा बिंदु A से होकर गुजरे।

3. कोण AGB 60-अंश का होगा। क्योंकि कोण ABG 90-अंश का है इसलिए कोण BAG 30-अंश का होगा। फिर नीचे के फ्लैप को रेखा GX पर ऊपर मोड़कर अंदर की ओर दबाएं।

4. फिर AD को AB तक मोड़ें। इससे कोण DAB दो बराबर भागों में बंट जाएगा।

5. कागज के इस कोणमापी से आप 15, 30, 45, 60, 75 और 90-अंश के कोणों को आसानी से नाप सकते हैं। इसलिए अगली बार अगर आप कोणमापी ले जाना भूल जाएं तो झट से उसे कागज से मोड़ लें।

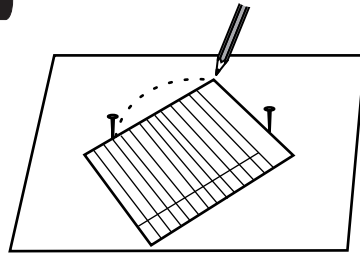
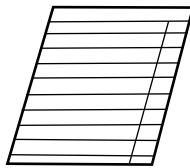
नम्बरी दोस्त

प्राचीन यूनानी गणितज्ञ पायथागोरस ने 'पायथागोरियन आर्डर' नामक एक समुदाय स्थापित किया था। उसके सदस्यों का मानना था कि अंकों द्वारा दुनिया की सभी घटनाओं को समझाया जा सकता है।

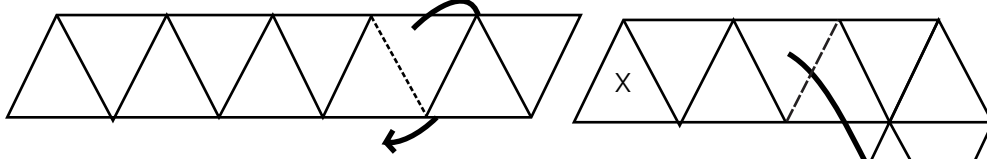
उन्हें दो संख्याएं विशेष रूप से पसंद थीं। पहली थी 220 और दूसरी 284 थी। अगर आप 220 के सभी घटकों को जोड़ें (1 और 220 को छोड़कर) तो उनका योग 284 होगा। इसी प्रकार अगर आप 284 के सभी घटकों को जोड़ें (1 और 284 को छोड़कर) तो उनका योग भी 220 होगा। इस अजीबो-गरीब रिश्ते के कारण पायथागोरियन समुदाय ने इन संख्याओं को 'मित्र-संख्याओं' का दर्जा दिया। यह संख्याएं दोस्ती की प्रतीक थीं।

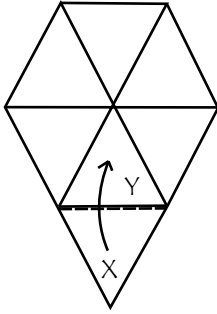
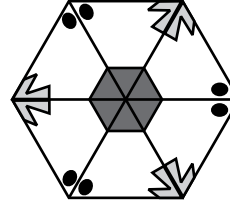
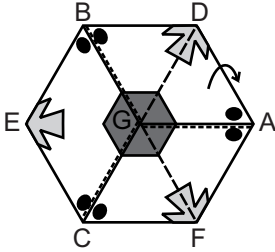
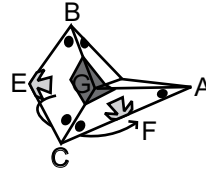
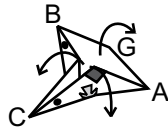
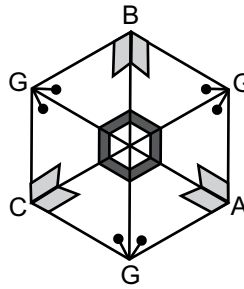
कागज के नमूने

1. एक कागज को पहले आधे में मोड़ें। फिर ऊपरी तह के निचले सिरे को ऊपर वाली तह तक मोड़ें। कागज को पलटकर इसी प्रक्रिया को दोहराएं।

2. फिर कागज को दाएं से बाएं तक आधे में मोड़ें।

3. बायीं ओर वाली ऊपरी तह को दाएं सिरे तक मोड़ें। फिर कागज को पलटकर इसी प्रक्रिया को दोहराने से आपको 16 तहों का एक चौकोर मिलेगा।

4. चौकोर के चारों कोनों को काटने और कागज को खोलने पर आपको एक सुंदर जाली का नमूना मिलेगा।

5. चित्र के गहरे रंग के हिस्सों को काटकर अलग करने से आपको एक अत्यधिक सुंदर और जटिल नमूना मिलेगा।

गोला बनाना

यह गोला बनाने का एक नायाब और अनूठा तरीका है। एक कागज का आयत लें। दो पिनों को एक लकड़ी के बोर्ड पर 4-सेमी की दूरी पर घुसाएं। फिर आयत के कोने को दोनों पिनों के बीच में रखें जिससे कि कागज के दोनों सिरे पिनों को छुएं। फिर कागज के 90-अंश वाले कोने पर एक बिंदी का निशान लगाएं।

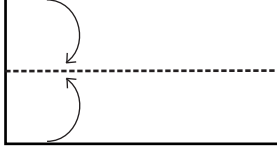
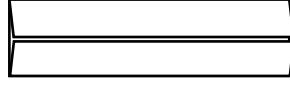
कागज की स्थिति को बार-बार बदलें। आधा गोला बनने के बाद कागज के कोने का मुंह नीचे की ओर करके इसी प्रक्रिया को दोहराने से आपको पूरा गोला मिलेगा।

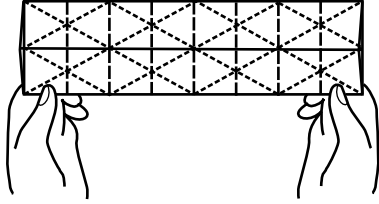
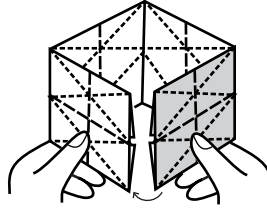
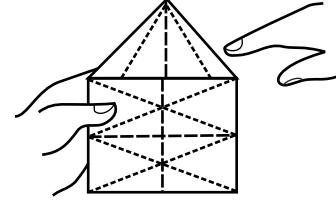
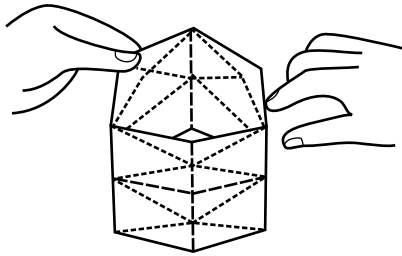
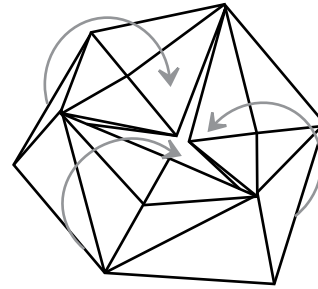
कलाईडोस्कोप (बहुरूपदर्शक)

1. एक कोणमापी की मदद से 10 समभुज त्रिभुजों की एक पट्टी बनाएं। त्रिकोणों की हर भुजा 5-सेमी लम्बी हो। बिंदी वाली रेखा को 'पहाड़ी' जैसे मोड़ें।

2. बिंदी वाली रेखा को 'घाटी' जैसे मोड़ें जिससे X त्रिभुज Y के नीचे आए।

3. त्रिभुज X पर गोंद लगाएं और फिर उसे मोड़कर त्रिभुज Y पर चिपकाएं।

4. कलाईडोस्कोप अब बन कर तैयार है। उसे आप बताए तरीके द्वारा सजाएं या फिर अपनी मनमर्जी से उसपर नमूने बनाएं।

5. नमूने को बदलने के लिए केंद्र से निकलने वाले सभी मोड़ों को नीचे की ओर मोड़ें।

6. E को पीछे की ओर मोड़ें जिससे कि वो F को छुए।

7. अगर अब आप ऊपर की तरफ से खोलेंगे...

8.... तो आपको एक नया नमूना दिखेगा। इसी तरह कलाईडोस्कोप को घुमाते रहें और उसपर नए-नए नमूने बनाते रहें।

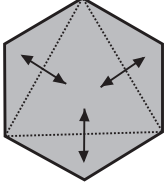
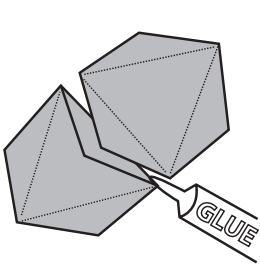
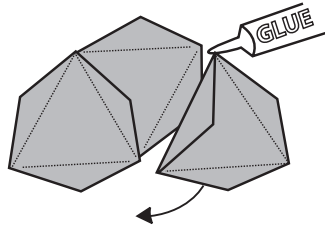
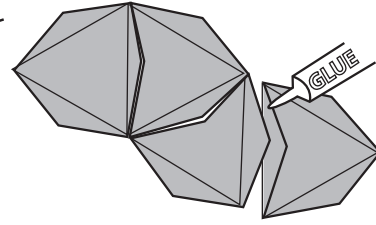
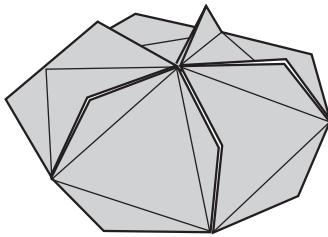
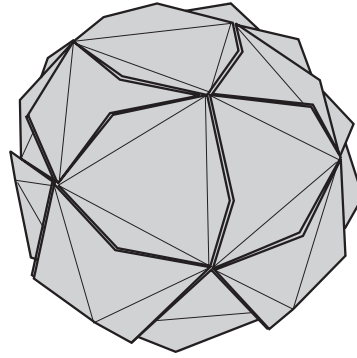
9 कलाईडोस्कोप को पलटें। उसे लगातार घुमाते रहे और उसपर नए डिजाइन बनाते रहें। इस प्रकार आप घूमने वाली सचित्र पुस्तक भी बना सकते हैं।

अद्भुत घुमक्कड़

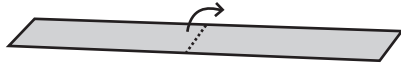
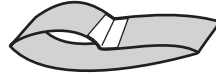
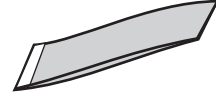
घुमक्कड़ कागज का बना एक घूमने वाला मॉडल है। जैसे-जैसे आप उसे घुमाते हैं उसमें हर बार एक नया चित्र सामने आता है। इस पर कोई भी चार चरणों वाला चक्र प्रदर्शित किया जा सकता है। कागज का यह मॉडल बिना फटे लगातार घूम सकता है यह अपने आप में हैरत में डालने वाली बात है।

1. फोटोकापी के कागज का 20-सेमी लम्बा और 10-सेमी चौड़ा एक आयत लें। इस विशेष आयत में दो वर्ग होंगे।

2. दोनों लम्बे सिरों को मध्य-रेखा तक मोड़ें।

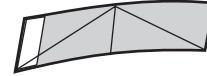
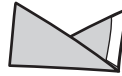
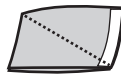
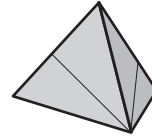
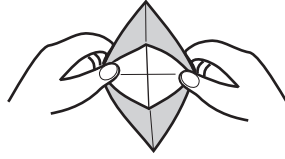
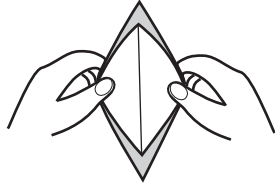
3. अब चौड़ाई को आठ बराबर खंडों में मोड़ें।

4. चित्र में दिखाई आड़ी-तिरछी रेखाएं बनाएं और फिर स्केल से उन्हें अच्छी तरह मोड़ें।

5. दाएं हाथ के दो रंगीन खंडों को बाएं हाथ वाली जेब में डाल दें। इससे घुमक्कड़ खुलेगा नहीं।

6. फिर ऊपर-नीचे की आधी बर्फियों को अंदर की ओर मोड़ें।

7. ऊपर-नीचे के फ्लैप्स अंदर मुड़ने के बाद घुमक्कड़ घूमने के लिए तैयार हो जाएगा।

8. अब घुमक्कड़ को दोनों हाथों से पकड़ें और उसे घुमाएं। धीरे-धीरे उसकी चारों सतहें ऊपर आएंगी। इस घुमक्कड़ से आप भोजन-चक्र के साथ-साथ मौसम-चक्र और तितली का जीवन-चक्र आदि दिखा सकते हैं।

कागज की गेंद

कागज की गेंद बनाने के लिये 20 षट्भुज बनाएं।

1. एक षट्भुज लें और उसके हरेक दूसरे कोने को केंद्र तक मोड़ें। मोड़ स्पष्ट हों। सभी तिकोने फ्लैप्स को लंबवत खड़ा करें। चार अन्य षट्भुजों को भी इसी तरह मोड़ें।

2. दो टुकड़े लें। उनके एक-एक फ्लैप पर बाहर से गोंद लगाएं और उन्हें आपस में चिपकाएं।

3. अब पहले दो षट्भुजों के साथ तीसरा षट्भुज भी जोड़ें।

4. दो षट्भुज और जोड़ें। अंत में पांचवें षट्भुज को पहले षट्भुज से जोड़कर . . .

5.... कागज का एक खड़ा ढांचा बनाएं जिसके बीच में फ्लैप्स खड़े होंगे। पांच षट्भुजों से इसी प्रकार का एक और ढांचा बनायें।

बीस षट्भुजों की गेंद!

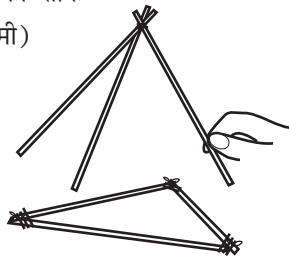
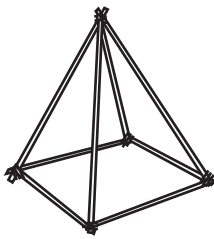
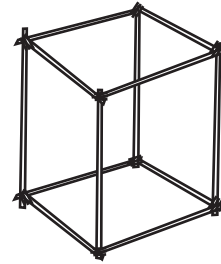
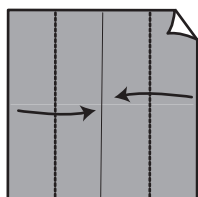
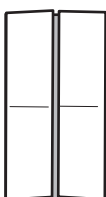
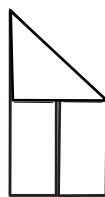
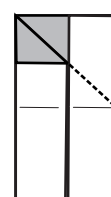
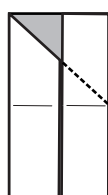
6. अब बाकी बचे 10 षट्भुजों को एक लाइन में जोड़ें। ध्यान रखें कि पहले 3 षट्भुज (तीसरे चरण) की तरह ही जुड़ेंगे। परंतु चौथा षट्भुज अलग तरह से जुड़ेगा। अंत में इस चेन के दोनों सिरों को आपस में जोड़ें। उसके बाद ऊपर और नीचे वाले हिस्सों को उससे चिपकाकर 20 षट्भुज एक गेंद तैयार करें।

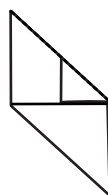
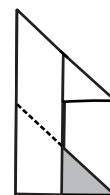
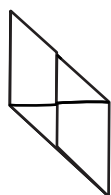
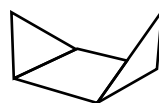
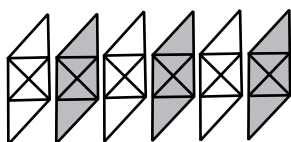
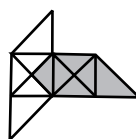
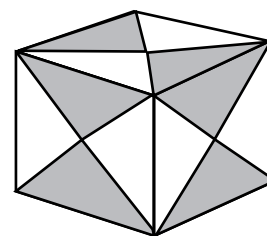
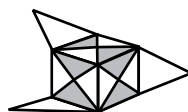
पट्टी का चतुष्फलक

1. कागज की 28-सेमी लम्बी और 4-सेमी चौड़ी पट्टी लें। पट्टी के दोनों सिरें पास लाएं...

2.... और उन्हें आपस में टेप से चिपकाएं।

3. टेप वाले सिरे को एक ओर लाएं।

4. फिर मॉडल को आधे में मोड़ें।

5. मॉडल की दोनों कर्ण आगे-पीछे अच्छी तरह मोड़ें।

6. फिर मॉडल को नाव जैसे खोलने और दोनों सिरों को पास लाने पर एक सुंदर चतुष्फलक बनेगा।

सींक के ढांचे

नारियल झाड़ू की सींकें (15-सेमी)

धागा

तीन सींकों के तिगड्डे को धागे द्वारा एक समबाहु त्रिकोण से बांधकर एक चतुष्फलक बनाएं।

झाड़ू की सींकों को धागे से बांधकर आप बहुत कम-कीमत के ढांचे - उदाहरण के लिए पिरामिड और घन बना सकते हैं।

कागज का घन

1. एक चौकोर कागज के दो विपरीत सिरों को मध्य-रेखा तक मोड़े ....

2.... जैसे आप दो पल्ले का दरवाजा बंद कर रहे हों।

3. ऊपर बाएं हाथ वाले कोने को आधे में मोड़ें।

4. ऊपरी त्रिकोण को उठाने पर आपको एक तिकोना फ्लैप नजर आएगा।

5. इस फ्लैप को अंदर मोड़ कर दबा दें।

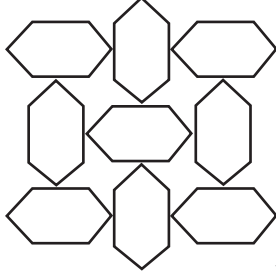
6. ऊपरी दाएं कोने को बाएं आयत के अंदर दबाएं।

7. इसी प्रक्रिया को निचले बाएं कोने के साथ भी दोहराएं। निचले दाएं कोने को आधे में मोड़ें।

8. छोटे तिकोने फ्लैप को अंदर दबाएं।

9. फिर निचले बाएं कोने को अंदर दबाकर एक समानांतर चतुर्भुज बनाएं।

10. मॉडल को पलटें और दोनों तिकोने फ्लैप्स को मोड़कर खड़ा करें। वर्ग के आधार में अब चार जेबें होंगी।

11. घन बनाने के लिए आपको एक-जैसे छह समानांतर चतुर्भुज इकाईयों की जरूरत होगी।

12. एक इकाई के फ्लैप को दूसरे की जेब में डालें।

13. सभी फ्लैप्स को जेबों में घुसाकर बिना गोंद का एक मजबूत घन बनाएं।

क्रिप्टोग्राम्स

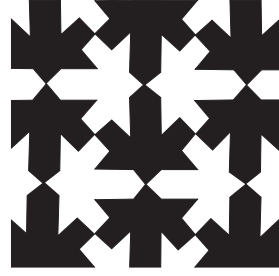
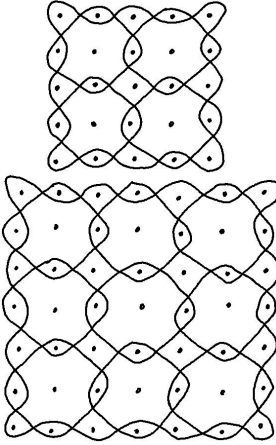
यहां कुछ कठिन सवाल दिए गए हैं। गणित के यह प्रश्न कुछ अलग हैं। अंतर एकदम स्पष्ट है। अंकों की बजाए यहां पर अंग्रेजी के अक्षर हैं। हरेक अक्षर 0 से 9 तक किसी अंक के लिए है। हर प्रश्न में एक अक्षर केवल एक ही अंक के लिए है। आपको प्रश्नों को हल करना है और अक्षरों का मान खोजना है। यह एक बड़ी चुनौती है! (उत्तरों के लिए पेज 9 देखें)

1. BOYS + BOYS = SILLY	2. GIRLS + GIRLS = SILLY	3. ARCS + BRAS = CRASS	4. LLAMA − SEAL = SEAL
5. LIP + LIT = PIPE	6. PEP + PEP = ERNE	7. GOOD + DOG = FANGS	8. TOO + TOO + TOO + TOO = HOT
9. HER + HURL = SELLS	10. SPIT + SIP = TIPS	11. PET + PET + PET = TAPE	12. SEND + MORE = MONEY
13. STILL + STALL + STILT = NITWIT	14. EIGHT + EIGHT = TATTOO	15. ONE + ONE = ZERO	16. THIS + IS + VERY = EASY
17. CROSS + ROADS = DANGER	18. METER + LITRE + GRAMS = METRIC	19. JUNE + JULY = APRIL	20. THREE + THREE + FOUR = ELEVEN

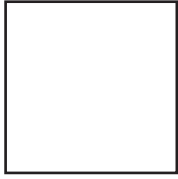
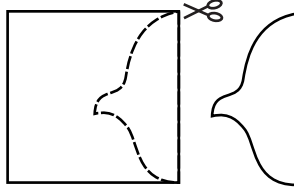
टैसिलेशन

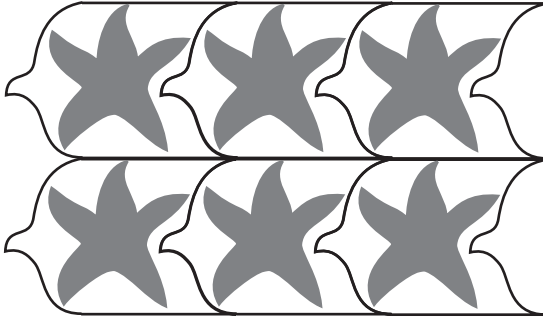
टैसिलेशन में एक चपटी सतह को विभिन्न ज्यामितीय आकृतियों - यानि 'टाईल्स' से भरना होता है। भरते समय टाईल्स के बीच में न तो रिक्त स्थान और न ही कोई 'ओवरलैप' होना चाहिए। ऐतिहासिक रूप से टैसिलेशन्स का उपयोग प्राचीन रोम और मुगलकालीन कला - जैसे ताजमहल को सुंदर बनाने के लिए किया गया था। बीसवीं शताब्दी में चित्रकार एम.सी. एश्चर ने अक्सर टैसिलेशन्स का उपयोग कला के लिए किया।

ताजमहल के फर्श पर नमूना

प्रसिद्ध चित्रकार एम.सी. एश्चर (1898-1972) जिनकी कला बहुत से गणितज्ञों के लिए प्रेरणा का स्रोत्र थी ने आलमभरा, स्पेन की दीवार के बारे में लिखाः

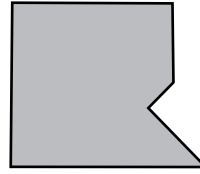
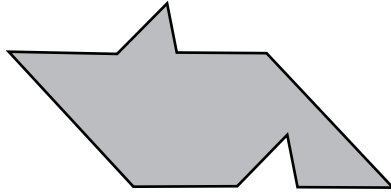
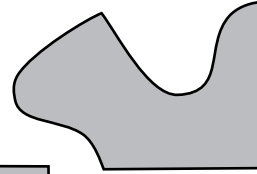
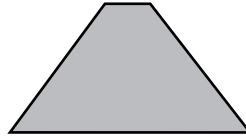
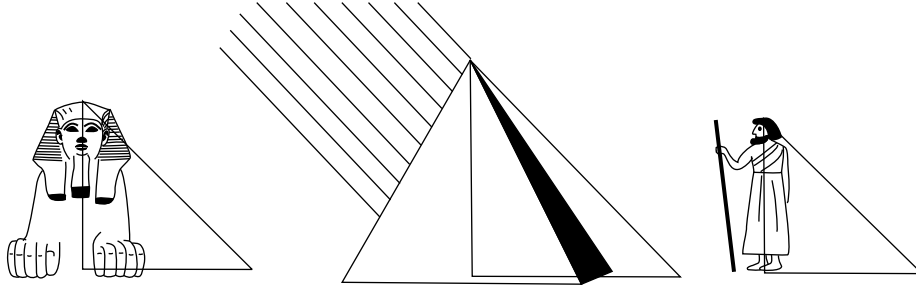
'वो मेरी प्रेरणा का सबसे गहरा स्रोत्र है। किसी भी समतल सतह को बिल्कुल एक-जैसे नमूने की आकृतियों द्वारा नियमित रूप से बांटा अथवा भरा जा सकता है जिससे सब आकृतियां पास-पास हों और उनके बीच कोई रिक्त स्थान न हो।'

लोककला - कोलम

कोलम तमिलनाड की लोकप्रिय 5000 साल पुरानी लोककला है। कोलम के नमूनों को पूजा स्थान के पास अथवा घर के मुख्य दरवाजे के बाहर बनाया जाता है। इन डिजाइनों को महिलाएं बहुत सहजता से बनाती हैं। डिजाइन बनाने के लिए चावल का आटा अथवा सफेद पत्थर का पाउडर उपयोग में लाया जाता है। इसलिए कोलम हमेशा सफेद रंग का होता है। आटे को अंगूठे और तर्जनी ऊंगली के बीच रखकर पहले डिजाइन की बिंदियां और फिर बाद में रेखाएं बनाई जाती हैं। डिजाइन में बिंदियों को एक जाल होता है।

सरल टेसिलेशन्स

एक सरल टेसिलेशन्स से शुरू कर किस प्रकार जटिल टेसिलेशन्स बनाए जा सकते हैं। यहां उन्हें एक उदाहरण से समझाया गया है:

1. पहले एक वर्ग बनाएं।

2. वर्ग की दायीं खड़ी भुजा से एक नमूना काटें। नमूने की आकृति कुछ भी हो सकती है।

3. इस नमूने को वर्ग की खड़ी बायीं भुजा पर चिपकाएं। फिर बीच का स्थान भरने के लिए एक चित्र बनाएं।

4. इस आकृति को बार-बार चिपकाने से एक सुंदर टेसिलेशन का नमूना बन जाएगा। आप अपनी मनमर्जी से अनेकों नमूने बना सकते हैं।

वर्ग बनाना

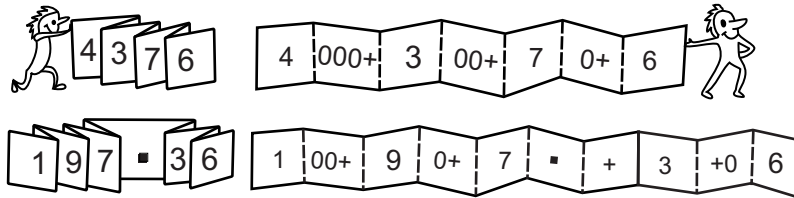
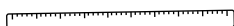
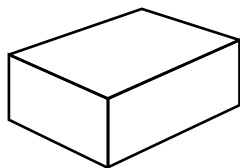
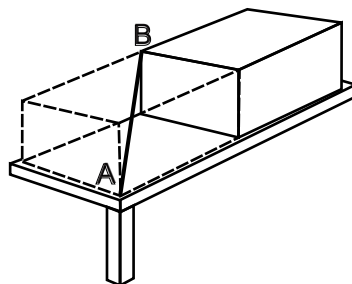
इन आकृतियों को आप एक मोटे कार्ड पर उतारें। इन आकृतियों की एक विशेष बात है। एक सीधा कट लगाकर आप इन आकृतियों को दो ऐसे टुकड़ों में काट सकते हैं जिन्हें जोड़कर एक वर्ग बनाया जा सकता है!

कितनी ऊंचाई?

थैलिस (ईपू 624-ईपू 546) मिलेटस, एँशिया माइनर के रहने वाले एक यूनानी दार्शनिक थे। थैलिस ने मिथकों द्वारा सुझाई दुनिया की उत्पति को नकारा। वे वैज्ञानिक क्रांति के प्रणेता थे। एक बार वो घूमने के लिए मिस्त्र (ईजिप्ट) गए। गीजा के रेगिस्तान में उन्होंने तीनों पिरमिड्स का भ्रमण किया और रेत में आधी दबी स्फिंक्स को भी निहारा। ईसा पूर्वी 600 में जब थैलिस ने पिरामिड्स का दौरा किया तब वो लगभग 2000 साल पुरानी थीं।

'पिरामिड कितनी ऊंची हैं?' थैलिस ने अपने गाइड से पूछा।

गाईड को उत्तर नहीं पता था। उसको ऊंचाई का कोई अंदाज नहीं था। किसी भी पर्यटक ने उससे आजतक यह सवाल नहीं पूछा था। थैलिस ने इस प्रश्न पर गहराई से सोचा। उसने पाया कि रेगिस्तान में सूर्य की परछांई हर वस्तु पर एक ही कोण बनाती थी। क्योंकि यह सच था इसलिए सूर्य की परछांई हर चीज से समान-त्रिकोण बनाती थी। थैलिस ने पिरामिड की परछांई और खुद अपनी परछांई की तुलना कर पिरामिड की ऊंचाई की गणना की। थैलिस ने पाया कि दिन में एक समय उसकी परछांई और उसकी ऊंचाई की लम्बाई बिल्कुल एक थी। इसलिए पिरामिड की ऊंचाई के माप के लिए उसने दिन के उसी निश्चित समय पर पिरामिड की परछांई की लम्बाई नापी। क्या थैलिस ने वास्तव में पिरामिड की ऊंचाई नापी थी?

इस प्रश्न का सही उत्तर देना असम्भव है। परन्तु पिरामिड जैसे ऊंचे ढांचें की ऊंचाई को केवल उसकी परछांई नापकर ज्ञात करना एक बहुत सुंदर और शक्तिशाली विचार है जो आज भी लोगों को प्रेरित करता है। गीजा की पिरामिड लगभग 139-मीटर ऊंची है।

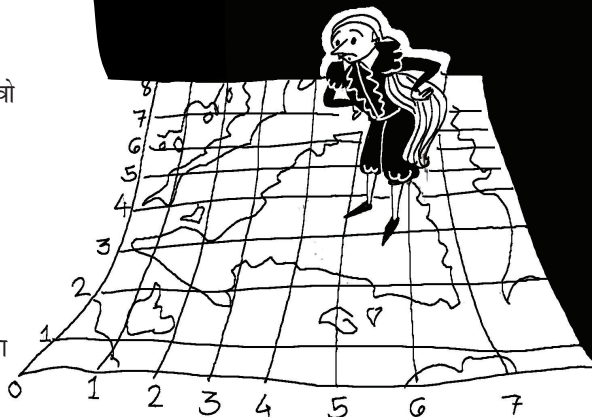
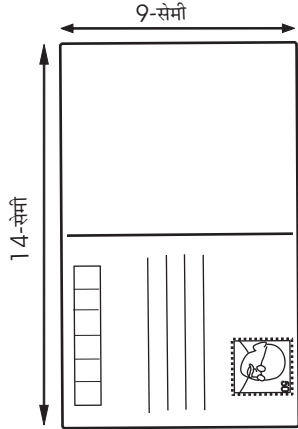
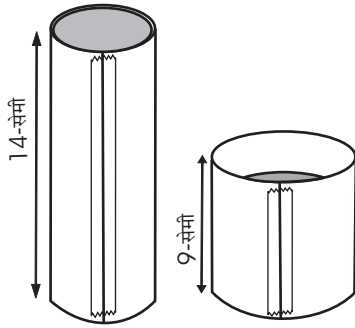
स्थानीय मान का सांप

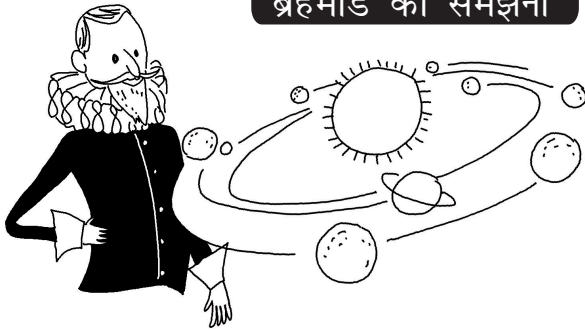
यह सुंदर और उपयोगी शैक्षणिक वस्तु महज एक कागज की पट्टी की बनी है। सांप जैसी पट्टी को खोलने पर आपको सभी अंकों के स्थानीय मान पता चल जाएंगे।

ईंट की कर्ण

केवल एक स्केल का उपयोग कर आप किसी ईंट की लम्बी कर्ण – एक कोने से दूसरे विपरीत कोने की लम्बाई कैसे ज्ञात करेंगे? इसका हल बेहद सरल है। पहले ईंट को मेज के एक कोने में रखें और फिर उसे उसकी लम्बाई जितना आगे लें। फिर कर्ण की लम्बाई AB को आसानी से नापा जा सकता है।

चोरों को पकड़ना

अक्सर पुलिस चोरों की स्थिति उनके मोबाईल फोन के सिग्नल का त्रिभुजीकरण करके मालूम करती है। इसके लिए पुलिस सबसे पहले फोन के विशेष सिग्नल को पहचानती है। फिर वो उस सिग्नल के सबसे नजदीक की तीन मोबाईल टावर का पता लगाती है।

हरेक टावर के बीच फोन के सिग्नल की ताकत से पुलिस, चोरों की एकदम सही स्थिति का पता लगाती है।

नक्शे और सर्वे

फ्रेंच गणितज्ञ रेने दिकारते ने 17 वीं शताब्दी में नक्शे पर स्थानों को खोजने की एक नई पद्धति खोजी। इस पद्धति के अनुसार नक्शे पर किसी भी स्थान की स्थिति एक विशेष बिंदु से लेटी हुई X-अक्ष और खड़ी हुई Y-अक्ष पर दर्शाई जा सकती है। इन्हें कार्टीशियन कोआरडिनेन्स के नाम से जाना जाता है।

किसमें अधिक आएगा?

भारत में साधारण पोस्टकार्ड हमेशा 14-सेमी लम्बे और 9-सेमी चौड़े होते हैं।
दो पोस्टकार्ड लेकर उनके लम्बे और छोटे सिरों को टेप करके दो बेलनाकार सिलिंडर बनाएं। आपको एक पतला, लेकिन ऊंचा (14-सेमी ऊंचा) और दूसरा मोटा, पर छोटा (9-सेमी ऊंचा) सिलिंडर मिलेगा।
दोनों सिलिंडरों का सतही क्षेत्रफल एक-समान होगा।
अब अपने मित्रों से पूछें:
'किस सिलिंडर में ज्यादा रेत समाएगा?'
अधिकांश लोगों का उत्तर होगा कि दोनों सिलिंडर्स में एक-समान रेत आएगा। परन्तु परीक्षण के बाद उन्हें आश्चर्य होगा। पहले आप पतले और ऊंचे सिलिंडर को ऊपर तक रेत से भरें। उसके बाद मोटे सिलिंडर को पतले वाले के ऊपर रखें। अंत में पतले वाले को झटक कर बाहर निकालें। इससे आप दोनों सिलिंडर्स के आयतन की तुलना कर पाएंगे।

मोटा वाला सिलिंडर केवल 2/3 भरेगा! क्यों? किसी भी सिलिंडर का आयतन उसकी ऊंचाई और त्रिज्या के वर्ग पर निर्भर करता है। क्योंकि मोटे सिलिंडर की त्रिज्या ज्यादा होगी इसलिए त्रिज्या के वर्ग के कारण उसका आयतन अधिक होगा।

ब्रहमांड को समझना

17वीं शताब्दी में जर्मन गणितज्ञ और खगोलशास्त्री जोहनास केप्लर ने विभिन्न आकृतियों के साथ प्रयोग किए और सूर्य और ग्रहों के बीच के सम्बंध को खोजने की कोशिश की।

अपने शोध के बाद वो इस निर्णय पर पहुंचे कि ग्रह सूर्य की परिक्रमा एक अंडाकार (एलिप्टिकल) परिधि में करते हैं - गोलाकार परिधि में नहीं। केप्लर की खोजों के बल पर बाद में खगोलशास्त्री अंतरिक्ष में ग्रहों और चंद्रमाओं की गति का सही अनुमान लगा पाए।

अलग तरीके से सोचना

पहेलियों द्वारा बच्चों को चीजों को नए नजरिए से देखने के महत्व को समझाया जा सकता है। इससे वे अपनी मानसिक सीमाओं को लांघ सकेंगे। यहां पर उसका एक उदाहरण है।

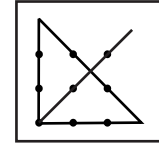
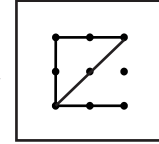
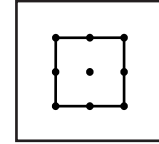
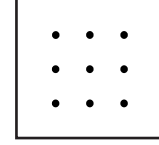
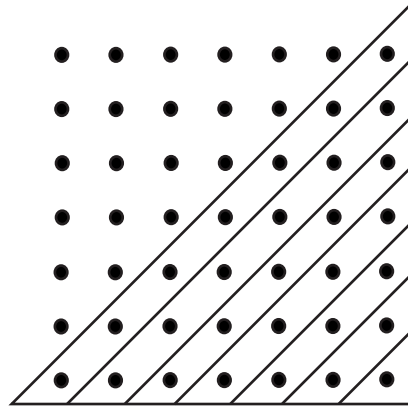
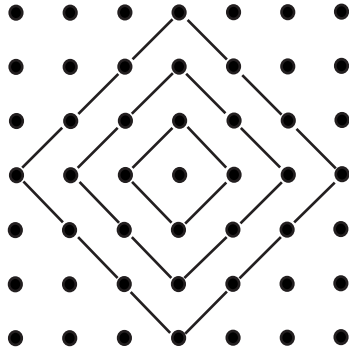
चित्र में दिखाए अनुसार 9 बिंदियां बनाएं। आप उन्हें कागज, ब्लैकबोर्ड या फिर मिट्टी में बनाएं। फिर अपने मित्रों से पेंसिल बिना उठाए सभी नौ बिंदियों को 4 सीधी रेखाओं द्वारा जोड़ने के लिए कहें।

आप पाएंगे कि अधिकांश लोग नौ बिंदियों द्वारा बने काल्पनिक चौकोर डिब्बे के बाहर नहीं जाएंगे। कुछ इस निर्णय पर पहुंचेंगे कि 9 बिंदियों को 4 सीधी रेखाओं से जोड़ना असम्भव है।

आप पहेली हल करने के लिए उनसे 9 बिंदियों के बाहर देखने को कह सकते हैं। शायद तब कोई इस मजेदार पहेली को हल कर पाए। हल के लिए रेखाओं को 9 बिंदियों द्वारा बनाई चौखट के बाहर से आना होगा।

गलत

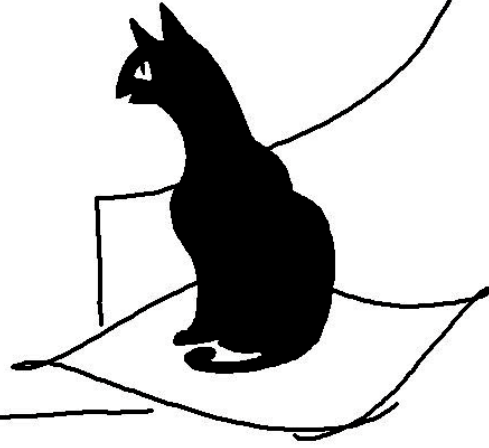
गलत

सही

बिंदियों द्वारा अंकों के नमूने

चित्र में दिखाया बिंदियों का नमूना बनाएं और फिर बिंदियों को गिनें।
प्रत्येक वर्ग की परिमिती पर 4, 8, 12..... बिंदियां होंगी।
हरेक वर्ग के अंदर बिंदियों की संख्या 1, 5, 13.... होगी।

नब्बे अंश के त्रिकोण बनाकर त्रिकोण अंकों को दर्शाया जा सकता है। फिर प्रत्येक त्रिकोण के अंदर की बिंदियों को गिना जा सकता है 1, 3, 6, 10 .... बारहवें त्रिकोण के अंदर कितनी बिंदियां होंगी?

बिल्लियां और आसन

बिल्लियों को कुछ आसन मिले
कितने मिले? कुछ पता नहीं
पर हर बिल्ली अगर एक आसन
पर बैठती तो एक बिल्ली बिना
आसन के रह जाती।

अगर हर आसन पर दो
बिल्लियां बैठतीं तो एक
आसन खाली रहता।
सिर खुजलाएं, यह बताएं
बिल्ली कितनी, आसन कितने?

उत्तरः खुद से एक सवाल पूछेंः दूसरी बार सारे आसनों पर बैठने के लिए पहली स्थिति की अपेक्षा कितनी और बिल्लियों की जरूरत होगी? इसकी गणना हम आसानी से कर सकते हैं। पहली बार एक बिल्ली आसन से वंचित रही थी। दूसरी बार सभी बिल्लियां आसनों पर विराजमान थीं और साथ में दो बिल्लियों के लिए स्थान बचा था।

इसलिए दूसरी स्थिति में सभी आसनों पर दो बिल्लियां होने के लिए 1 + 2 यानि 3 अतिरिक्त बिल्लियों की जरूरत थी। तब हरेक आसन पर एक अन्य बिल्ली होती। इसलिए अब हम हरेक आसन पर एक बिल्ली बैठाएंगे और अगर उसमें एक अन्य जोड़ेंगे तो हमें कुल बिल्लियों की संख्या 4 मिलेगी। इसलिए उत्तर है चार बिल्लियां और तीन आसन।

उल्टा-सीधा एक समान

पैलिनड्रोम एक नियमित संख्या है। परंतु आप उसे उल्टा-सीधा करके जैसे चाहें देख सकते हैं। वो आगे और पीछे से एक-समान नजर आती है। वो किसी भी आकार की हो सकती है - छोटी या बड़ी। पैलिनड्रोम संख्याओं से आपकी भेंट कहीं भी हो सकती है - गणित के प्रश्नों में, घरों के नंबरों में, गाड़ी की नंबर-प्लेट पर, टेलीफोन नंबर में और कहीं भी। पैलिनड्रोम संख्याओं तक आसानी से पहुंचा जा सकता है।
इसके लिये आपको सिर्फ जोड़ना आना चाहिये। उदाहरण के लिये 132 को ही लें। यह संख्या पैलिनड्रोम नहीं है।
इसे उल्टा करके वापिस जोड़ने से यह पैलिनड्रोम संख्या बन जायेगी।
132 + 231 = 363

कभी-कभी आपको पैलिनड्रोम तक पहुंचने में कुछ समय भी लग सकता है।
उदाहरण के लिये 68 की संख्या को ही लें।

68 + 86 = 154
154 + 451 = 605
605 + 506 = 1111

सभी दो अंकों के संख्याओं जिनके अंकों का जोड़ 10 से कम हो उन्हें जोड़ने पर आपको दो अंकों का पैलिनड्रोम मिलेगा। अगर दोनों अंकों का जोड़ 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 या 18 होगा तो हर 2, 1, 2, 2, 3, 4, 6, 6 चरणों के बाद आपको एक पैलिनड्रोम मिलेगा।

शब्दों के भी पैलिनड्रोम होते हैं। अंग्रेजी में आपको कितने ही पैलिनड्रोम मिलेंगे।
हिंदी में मात्राओं के कारण पैलिनड्रोम खोजना एक टेढ़ी खीर होगी। हिंदी में कुछ पैलिनड्रोम खोजें?

DAD
RADAR
EVIL OLIVE
MADAM I'M ADAM
DO GEESE SEE GOD?
NEVER ODD OR EVEN
MA IS A NUN AS I AM
A DOG! A PANIC IN A PAGODA!
CIGAR? TOSS IT IN A CAN, IT IS SO TRAGIC

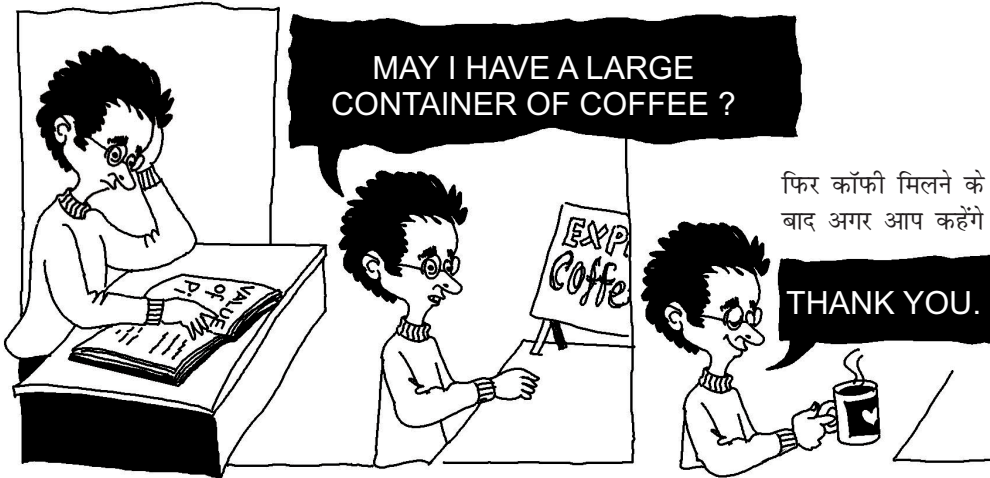
सरल संरक्षण

मिट्टी की एक-आकार और
एक भार की चार गेंदें बनाएं।

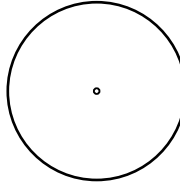
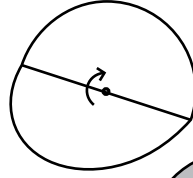
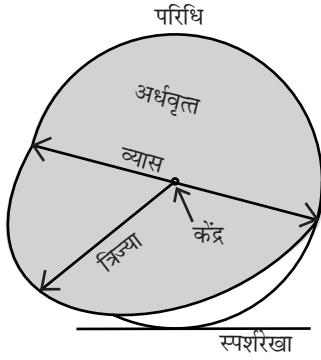
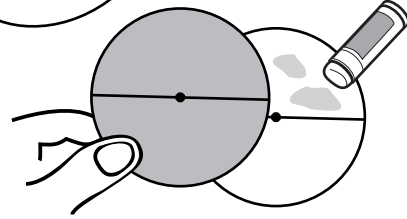
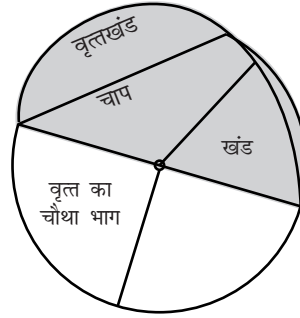
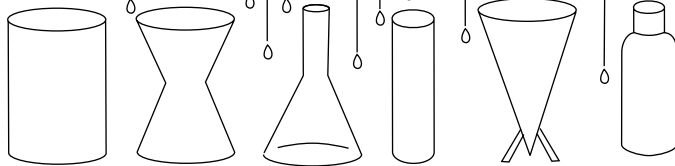
फिर हरेक गेंद से एक अलग आकार बनाएं
- जानवर, घन, कप और प्लेट।

अपने मित्र से पूछें, 'इन चारों में से कौन सी वस्तु भारी है?'
हरेक वस्तु एक-जैसी गेंद की बनी थी।
फिर भला उनके भार अलग कैसे हो सकते हैं?

पाई का मान

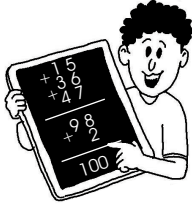
अगर आप पाई का मान याद रखना चाहते हैं तो निम्न वाक्य के शब्दों में अक्षरों की संख्या को गिनें।

तो फिर आपको दिशमलव के दो अन्य स्थानों तक पाई का मान मिलेगा (3.141592653......)

गोले (वृत्त) के हिस्से

किसी भी गोले के हिस्सों के नामों को समझने का यह एक अच्छा तरीका है। इसके लिए आपको दो कार्डशीट के गोले, गोंद और एक पेन लगेगा।

किसमें अधिक समाएगा?

मुश्किल गोला

क्या आप पेंसिल बिना उठाए एक गोला और उसका केंद्र बना सकते हैं? यह नामुमकिन लगता है पर इसे वाकई में करना सम्भव है।

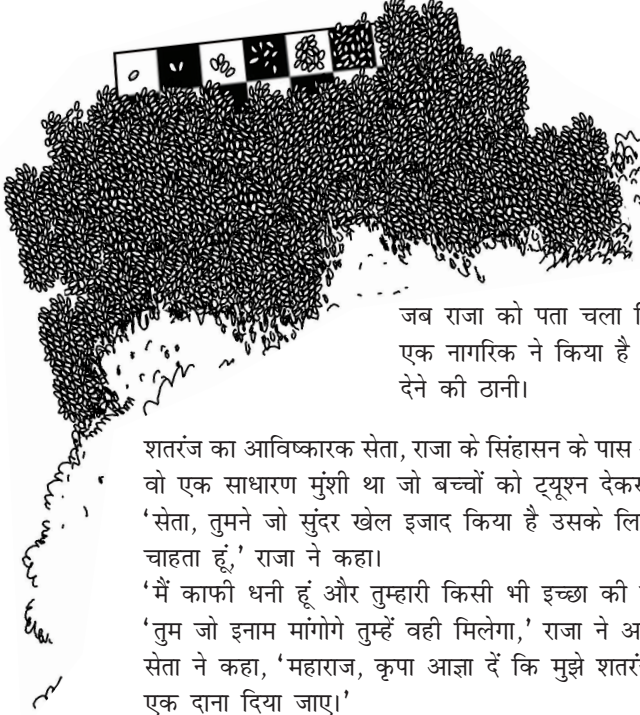
चित्र में दिखाए अनुसार कागज का दायां कोना मोड़ें। मुड़े कोने से गोले का केंद्र बनाना शुरू करें और उसके बाद आसानी से पूरा गोला बनाएं।

सौ तक जोड़ें

यहां पर 1 से 9 तक के अंकों को जोड़ कर 100 बनाएं। क्या इसे करने का आप कोई और तरीका खोज सकते हैं? इन अंकों को एक विशेष क्रम में सजाने के लिए किन नियमों का उपयोग किया गया?

दूध मापना

आपके पास 4-लीटर और 7-लीटर के दो माप हैं और एक बाल्टी भर कर दूध है। आप किसी ग्राहक को 2-लीटर कैसे देंगे?

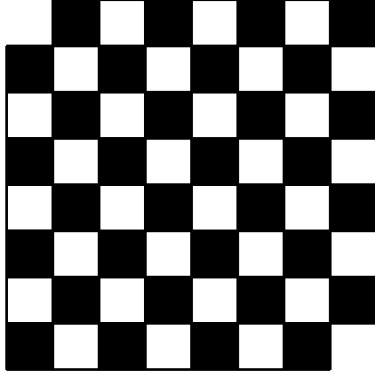
फरवरी में कितने दिन?

शतरंज की दंतकथा

शतरंज दुनिया का एक प्राचीन खेल है। इसका इजाद भारत में हुआ था। भारतीय राजा शेरम शतरंज की चतुराई और उसकी असंख्य चालों पर एकदम फिदा हो गए थे।

जब राजा को पता चला कि इस खेल का इजाद उनके ही एक नागरिक ने किया है तो उन्होंने उस व्यक्ति को पुरुस्कार देने की ठानी।

शतरंज का आविष्कारक सेता, राजा के सिंहासन के पास आया।
वो एक साधारण मुंशी था जो बच्चों को ट्यूशन देकर अपना पेट पालता था।
'सेता, तुमने जो सुंदर खेल इजाद किया है उसके लिए मैं तुम्हें एक बड़ा ईनाम देना चाहता हूं,' राजा ने कहा।
'मैं काफी धनी हूं और तुम्हारी किसी भी इच्छा की पूर्ति करूंगा,' राजा ने आगे कहा।
'तुम जो इनाम मांगोगे तुम्हें वही मिलेगा,' राजा ने आश्वासन देते हुए कहा।
सेता ने कहा, 'महाराज, कृपा आज्ञा दें कि मुझे शतरंज के पहले खाने के लिए गेंहू का एक दाना दिया जाए।'
'सिर्फ एक गेहूं का दाना? बस इतना?' राजा ने हैरान होकर पूछा।
'हां महाराज, शतरंज के दूसरे खाने के लिए 2 दाने, तीसरे खाने के लिए 4, चौथे खाने के लिए 8, पांचवे के लिए 16, छठवें के लिए 32...
'बस, बहुत हो गया!' राजा ने हताश होकर चिल्लाते हुए कहा। 'तुम्हें शतरंज के सभी 64 खानों के लिए तुम्हारी मनमर्जी के अनुसार गेंहू के दाने मिलेंगे।'
दरबार का गणितज्ञ कुल गेहूं के दानों की गणना करने लगा। हिसाब पूरा करने के बाद वो एक अत्यंत भीमकाय नम्बर 18, 446, 744, 073, 709, 551, 615 गेंहू के दानों पर पहुंचा।

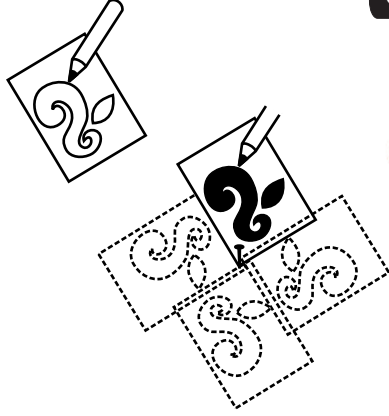
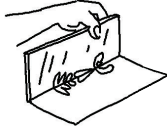
पहले खाने में 1, दूसरे में 2, तीसरे में 4, चौथे में 8 आदि। 63वें खाने का दुगना शतरंज के आविष्कारक को 64वें खाने के लिए बतौर इनाम मिलना चाहिए था। यह बहुत विशाल संख्या थी। यह पता है कि एक घन-मीटर गेंहू में लगभग 15,000,000 दाने होते हैं। इस हिसाब से शतरंज के आविष्कारक का इनाम 12,000,000,000,000 घन-मीटर यानि 12,000 घन-किलोमीटर का आयतन घेरता। अगर गोदाम 4-मीटर ऊंचा और 10-मीटर चौड़ा होता तो इतना गेंहू रखने के लिए उसकी लम्बाई 300,000,000 किलोमीटर होती। यह दूरी पृथ्वी से सूर्य की दूरी की दुगनी है।
भारतीय राजा अपने चतुर नागरिक को यह पुरुस्कार कभी न दे सका।

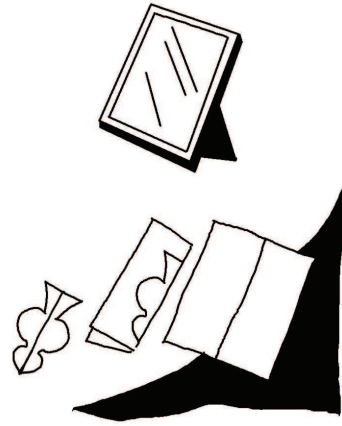
गणित का प्रूफ

किसी समस्या को विज्ञान की विधि से अथवा गणतीय पद्धति से हल किया जा सकता है। यहां हम इन दोनों प्रणालियों का अंतर देखेंगे। इस शतरंज में दो विपरीत कोनों को काट कर अलग कर दिया गया है। इसलिए 64 की बजाए अब केवल 62 खाने ही बचे हैं। हमारे पास 31 डोमिनो हैं। डोमिनो में दो-चौकोन होते हैं - एक काला, दूसरा सफेद। अब प्रश्न है - क्या 31 डोमिनो द्वारा शतरंज के बचे 62 खानों को ढंकना सम्भव होगा? यहां इस समस्या को वैज्ञानिक और गणितीय दोनों तरीकों से हल किया जा गया है।

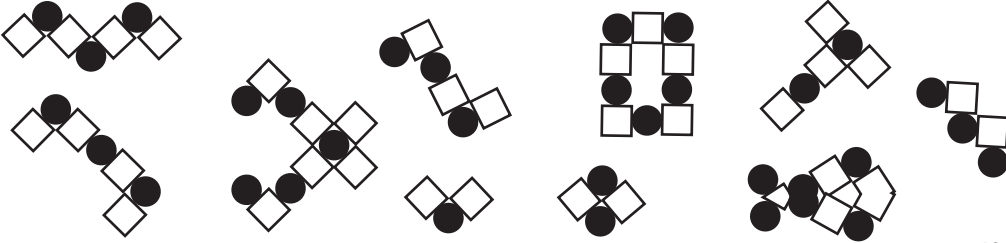
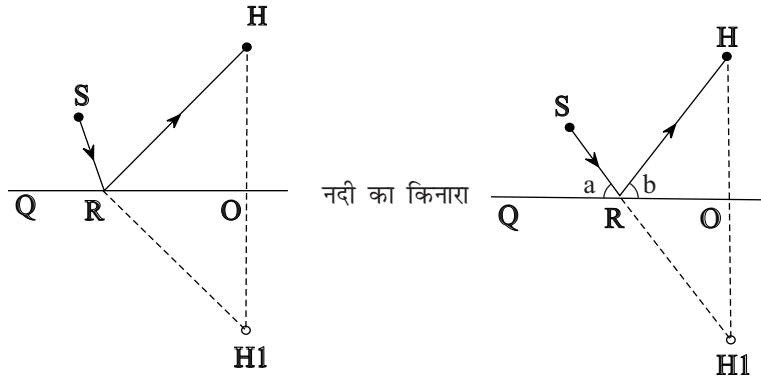
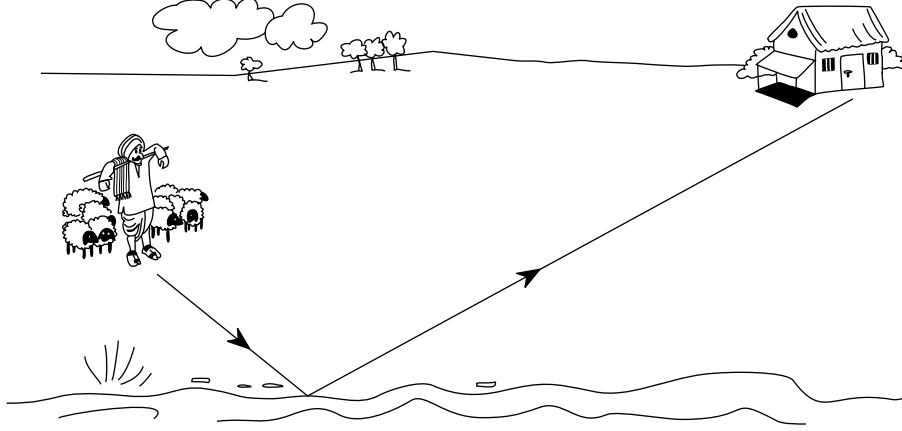
1 **वैज्ञानिक तरीका:** वैज्ञानिक समस्या को प्रायोगिक रूप से सुलझाने का प्रयास करेंगे। वो 31 डोमिनों से 62 खानों को विभिन्न तरीकों से ढंकने की कोशिश करेंगे। शतरंज को 31 डोमिनों से ढंकना असम्भव है वो जल्द ही इस निष्कर्ष पर पहुंचेंगे। पर वो इस निष्कर्ष को सौ फीसदी सच कैसे करार दे सकते हैं? उन्होंने अनेकों तरीके अपनाए जिनमें वो विफल रहे। परंतु 31 डोमिनो से शतरंज ढंकने के लाखों-करोड़ों भिन्न तरीके हैं। क्या पता, जिन तरीकों का परीक्षण नहीं किया गया शायद उनमें से कुछ कामयाब हों? वैज्ञानिकों द्वारा इस समस्या के असम्भव होने का दावा उनके द्वारा किए प्रयोगों पर आधारित है। पर शायद सभी सम्भावित लाखों-करोंड़ों में से एक दिन कोई प्रयोग सही निकले और जो वैज्ञानिकों के सिद्धांत का तख्ता पलटे।

2 **गणितीय तरीका:** गणितज्ञ अपने सिद्धांत की पुष्टि में एक तार्किक विचार पेश करते हैं। उसके आधार वो एक अकाट्य निष्कर्ष पर पहुंचते हैं जिसको कभी भी कोई चुनौती नहीं दे सकता है। इस तर्क का उदाहरण यहां पेश है:

शतरंज के जिन दोनों कोनों को काटा गया क्योंकि वे दोनों सफेद थे इसलिए शतरंज पर 32 काले और सिर्फ 30 सफेद खाने होंगे। हरेक डोमिनो केवल दो पड़ोसी खानों को ढंकेगा। और पड़ोसी खाने हमेशा अलग-अलग रंगों के होंगे - एक काला और दूसरा सफेद। इसलिए डोमिनोज का चाहें किसी भी तरह से सजाया जाए वे बोर्ड के केवल 30 सफेद और 30 काले खाने हर ढंकेंगे। इसलिए आपके पास हमेशा एक डोमिनो और बोर्ड पर दो काले खाने बचेंगे। यह मत भूलें कि हर डोमिनो दो पड़ोसी खानों को ढंकता है जो हमेशा अलग रंगों के होते हैं। क्योंकि बोर्ड पर बचे दो खाने एक ही रंग के होंगे इसलिए उन्हें बचे हुए डोमिनो से ढंकना असम्भव होगा! इस जांच से पूर्णत: स्पष्ट हो जाता है कि डोमिनाज का कोई भी आयोजन कटे शतरंज को ढंक नहीं पाएगा।

दर्पण पहेली

चित्र में दिखाए नमूने को पोस्टकार्ड पर उतारें और काटें। पोस्टकार्ड को बोर्ड पर रखकर उसके एक कोने में पिन घुसाएं और नमूने को उतारें। फिर पोस्टकार्ड को चौथाई चक्कर घुमाकर फिर नमूना उतारें। इससे आपको घूमने वाली सममति के बहुत सुंदर नमूने मिलेंगे।

कागज पर एक आकृति बनाएं और उससे दर्पण को सटाकर रखें। दर्पण से आकृति दोहरी दिखेगी।

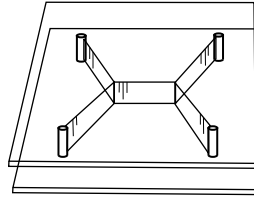
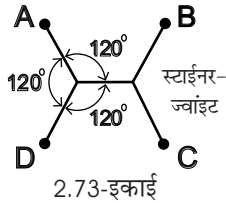
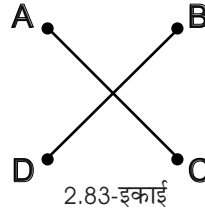
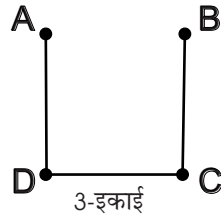
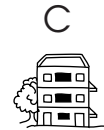
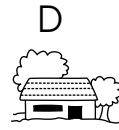
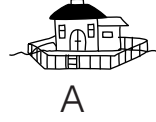
एक कागज को आधे में मोड़ें। उसकी दोहरी किनार पर कोई आकृति काटें। कागज को खोलने पर आपको एक सुंदर सिमिट्री दिखेगी। यहां पर सिमिट्री (सममिती) की रेखा कौन सी होगी?

मास्टर पैटर्न

दर्पण को हर बार आप मास्टर पैटर्न पर अलग-अलग कोणों पर खड़ा कर नीचे दिखाए सभी नमूने बनाएं। आप इनमें से अधिकांश नमूने बना पाएंगे। परन्तु इनमें से कुछ नमूने आपको फंसाने के लिए डाले गए हैं। वो न केवल कठिन हैं, बल्कि असम्भव हैं। क्या आप इन असम्भव नमूनों को पहचान कर अलग कर सकते हैं? अगर आपको इस दर्पण पहेली में मजा आया है तो फिर आप अपनी मनमर्जी से ऐसी पहेलियां बना सकते हैं।

सबसे छोटा पथ

एक गंडेरिया अपनी भेड़ों को चरा रहा है। शाम ढलने और घर जाने से पहले वो एक बार अपनी भेड़ों को नदी पर आखरी बार पानी पिलाने के लिए जाना चाहता है। वो कौन सा पथ चुने जिससे कि नदी से घर तक का उसका सफर सबसे कम लम्बा हो? दूसरे शब्दों में वो नदी के किस बिंदु (R) पर जाए जिससे कि उसके घर की दूरी न्यूनतम हो? गंडेरिए के लिए नदी से घर तक की दूरी तभी न्यूनतम होगी जब कोण (a) कोण (b) के बराबर होगा।

इस समस्या के हल के लिए कल्पना कीजिए कि उसका घर H नदी के किनारे से उतनी ही दूर है परन्तु विपरीत दिशा में H1 पर स्थित है। अब गंडेरिया S नदी के किनारे जिस किसी बिंदु R पर रुकेगा वहां से रेखाएं RH और RH1 एक-बराबर दूरी पर होंगी। गंडेरिया नदी के किनारे के बिंदु R को किस प्रकार चुने? वो R को इस प्रकार चुने जिससे कुल दूरी SR + RH1 न्यूनतम हो। R को इस प्रकार चुनें जिससे SR + RH न्यूनतम हो, जो SR + RH1 के न्यूनतम होने जैसा है। इस समस्या का हल काफी सरल है। R को इस प्रकार चुने जिससे SRH1 एक सीधी रेखा हो।

पोस्टमैन की समस्या

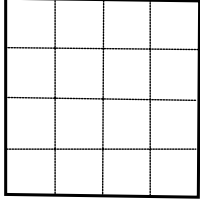
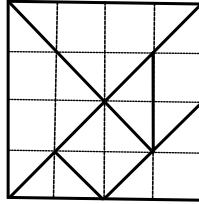
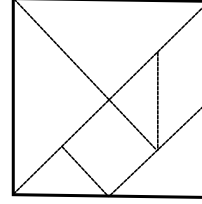
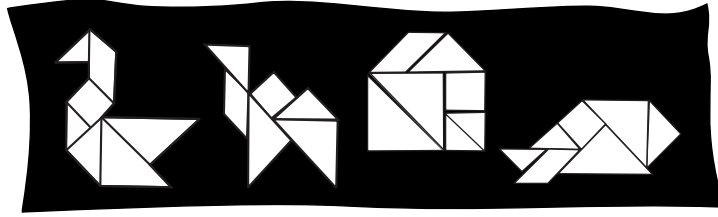
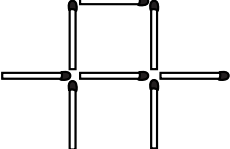
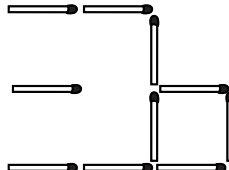
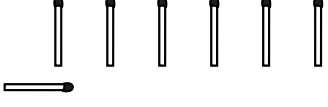
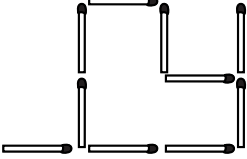
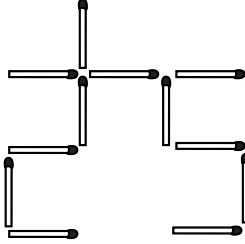
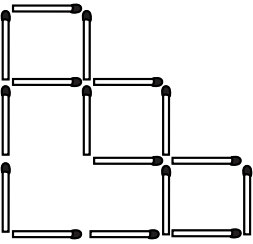
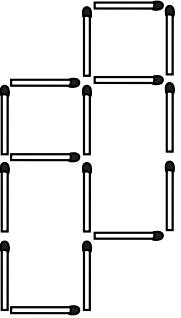
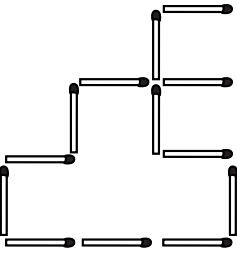
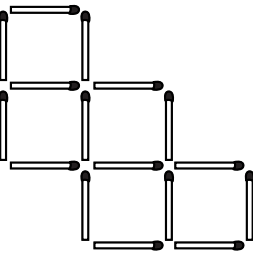
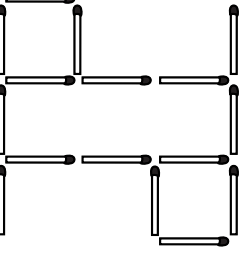
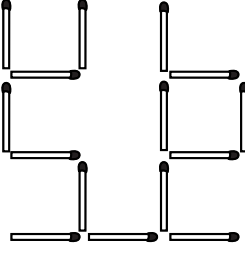
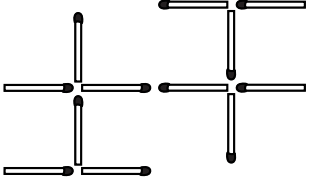
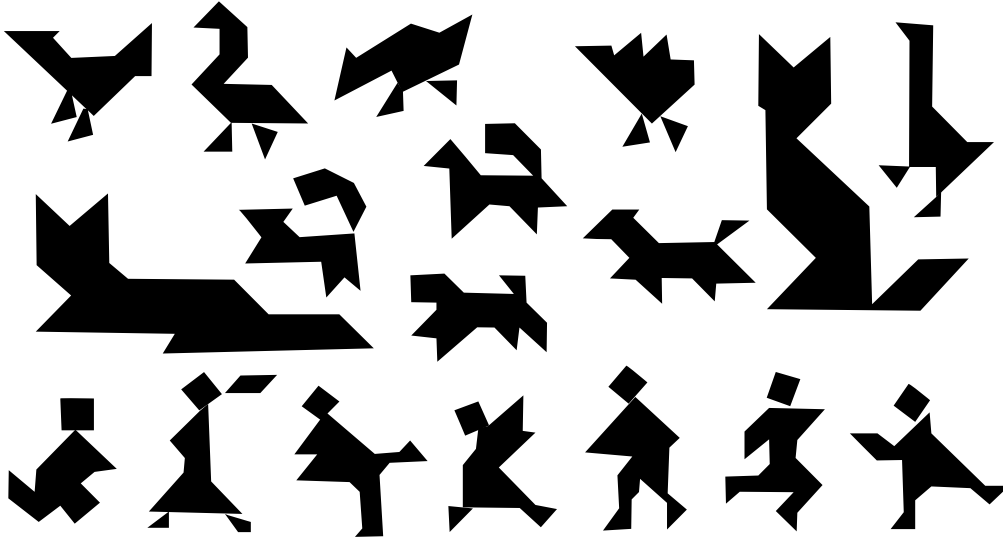
साबुन के बुलबुलों को अक्सर बच्चों का खेल माना जाता है, परन्तु वो बड़ों को भी आकर्षित करते हैं। क्योंकि साबुन के बुलबुले अपने क्षेत्रफल को न्यूनतम बनाते हैं उनसे हम गणित की कई जटिल समस्याओं का समाधान खोज सकते हैं।

यह एकदम व्यावहारिक समस्या है। एक पोस्टमैन को A, B, C और D चार शहरों में डाक देनी है। यह शहर एक वर्ग के कोनों पर स्थित हैं।

इन शहरों में पोस्टमैन कैसे जाए जिससे कि उसकी यात्रा न्यूनतम हो?
आप तीन सीधी रेखाओं से एक 'U' आकार का जाल बना सकते हैं जिसकी कुल लम्बाई 3-इकाई होगी। कुछ सोचने के बाद आप दो रेखाओं को क्रास या 'X' के आकार में लगा सकते हैं। यह दोनों रेखाएं AC और BD वर्ग की कर्ण होंगी और हरेक की लम्बाई 1.41 होगी और इससे क्रास की कुल लम्बाई 2.83 होगी।

इससे दिमाग में एक और विचार आता है। क्या 'X' के एक कटान-बिंदु की बजाए दो कटान-बिंदु बेहतर नहीं होंगे।
पर दूसरे कटान-बिंदु की स्थिति क्या होगी? वो किस कोण पर होगा?

यह एक बहुत जटिल प्रश्न है, परन्तु इस समस्या का हल हम साबुन के बुलबुलों से खोज सकते हैं। दो पारदर्शी प्लास्टिक की वर्गाकार शीट्स लें। उन्हें एक-दूसरे के समानांतर रखें और उनके चारों कोनों पर एक-एक पिन धसाएं। दोनों शीट्स के बीच की दूरी 1-सेमी हो। अब जब आप इन शीट्स को साबुन के घोल में डुबोएंगे तो हर बार आपको एक साबुन की फिल्म दिखेगी जो अपने सतही क्षेत्रफल को न्यूनतम बनाने की कोशिश करेगी। आपको कुल पांच सीधी रेखाएं दिखेंगी, जिनमें दो, 3-जोड़ों वाले कटान-बिंदु होंगे जो 120-अंश के कोण पर होंगे। 120-अंश के यह कोण स्टाईनर-ज्वाइंट कहलाते हैं। चारों शहरों को जोड़ने वाली सड़क की लम्बाई मात्र 2.73 होगी - जो सबसे न्यूनतम दूरी होगी। पोस्टमैन के लिए यह सबसे छोटा पथ भी होगा।

टैनग्रैम

टैनग्रैम एक हजार साल पुरानी चीनी पहेली है। इस पहेली में एक वर्ग को सात टुकड़ों में काटा जाता है।

1. मोटे कार्ड के वर्ग पर 16 छोटे वर्ग बनाएं।

2. फिर चित्र में दिखाई मोटी रेखाएं बनाएं।

3. इन रेखाओं को सावधानी से काटने पर आपको सात टुकड़े मिलेंगे।

फिर इन सातों टुकड़ों को जोड़कर अलग-अलग नमूने बनाएं - ज्यामिती के नमूने, लोग, पक्षी, जानवर आदि। हरेक डिजाइन में सातों टुकड़े उपयोग करना अनिवार्य है। आप इस प्रकार हजारों भिन्न प्रकार के डिजाइन बना पाएंगे।

तीलियों के खेल

जितनी तीलियां बताई गई हैं केवल उतनी ही हिलाएं और बताए अनुसार वर्ग बनाएं।
(वर्ग एक-दूसरे के ऊपर आ सकते हैं और उनके समान कोने हो सकते हैं)।

पाई का मान

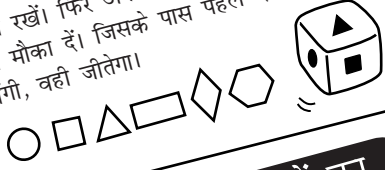
आप पाई के मान को सिर्फ टूथपिक फेंककर काफी शुद्धता से ज्ञात कर सकते हैं। काउंट बुफोन ने यह रोचक प्रयोग किया था। 300 साल बाद आप उसे दोहरा सकते हैं। एक कागज पर कई समानांतर रेखाएं बनाएं। रेखाओं के बीच की दूरी टूथपिक की लम्बाई जितनी हो। इस प्रयोग में टूथपिक का एक बहुत महत्वपूर्ण रोल होगा। फिर टूथपिक को चित्र में दिखाए अनुसार कुर्सी की किनार पर रखें और उसे नीचे रेखाओं वाले कागज पर गिराएं।

जितनी बार टूथपिक किसी रेखा को छुए या काटे उन आंकड़ों को नोट करें। जितनी बार टूथपिक किसी भी रेखा को न छुए उन आंकड़ों को भी दर्ज करें। काउंट बुफोन ने पाया कि अगर आप टूथपिक को बहुत बार गिराते हैं तो ऊपरी की दोनों सम्भावनाओं में एक निश्चित रिश्ता होता है।

टूथपिक कागज की किसी रेखा को छुएगी इसकी सम्भावना 2/ 3.14 या 2/(पाई) होती है। हमें मालूम है कि किसी भी गोले की परिधि उसकी व्यास और (पाई) का गुणनफल होती है। क्या यह आश्चर्यजनक बात नहीं है कि टूथपिक गिराने के प्रयोग से आप (पाई) का मान ज्ञात कर सकते हैं?

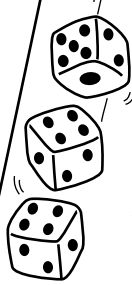
इतालवी गणितज्ञ लैजिरीनी ने टूथपिक को 3408 बार गिराया। इससे उन्होंने (पाई) के गणना कर उसे 3.1415929... पाया। इसमें केवल 0.0000003 की त्रुटि थी।

पासों का खेल

पासे की सतहों पर छह अलग-अलग आकृतियां बनाएं। मोटे गत्ते से उसी आकार की दस-दस आकृतियां काटें और उन्हें एक थैले में डालें। फिर पासे को फेंकें और उसकी ऊपरी सतह पर आई आकृति को देखें। फिर छूकर थैले में से उसी आकृति को बाहर निकालें। सही आकृति निकालने पर आप उसे अपने पास रखें। फिर अपने साथी को पासा फेंकने का मौका दें। जिसके पास पहले दस आकृतियां होंगी, वही जीतेगा।

हरेक खिलाड़ी इस प्रकार के चार खाने बनाए:

□ □ > □ □

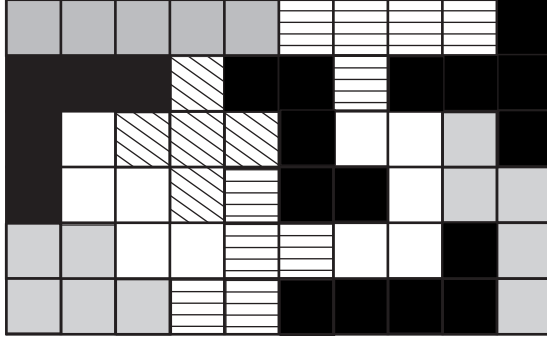
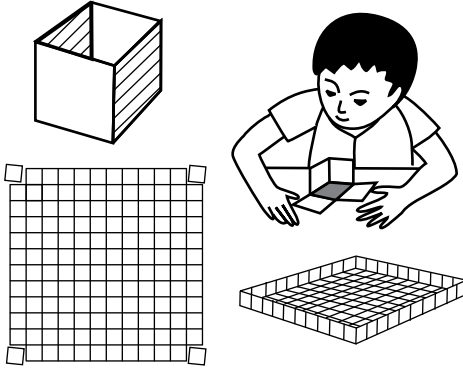
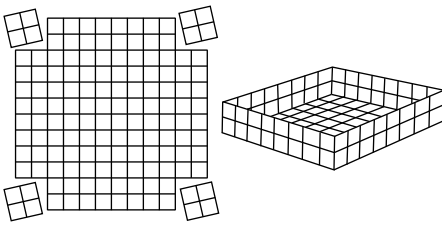
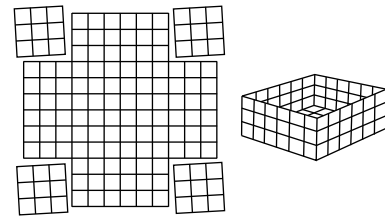
पासा फेंकें। उस पर आए अंक को किसी एक खाने में लिखें। लिखने के बाद आप उसकी स्थिति नहीं बदल सकते। पासा फेंकते रहें और तब तक अंक लिखते रहें जब तक सभी खाने भर नहीं जाते। क्या बायीं संख्या, दायीं वाली से अधिक है? अगर हां, तो आपको एक अंक मिलेगा। विजेता वही होगा जिसे पहले पांच अंक मिलेंगे।

इस खेल के लिए आपको तीन पासे और अपने स्कोर को लिखने के लिए एक पेंसिल और कागज चाहिए। तीनों पासों को एक साथ फेंकें। तीनों के ऊपरी अंकों को जोड़ें। विजेता वही होगा जिसका कुल जोड़ पहले 100 की संख्या को पार करेगा।

खिलाड़ी दोनों पासों को एक-साथ दो बार फेंकता है। पहली बार वो दोनों पासों की बिंदियां गिनता है। दूसरी बार भी वो दोनों पासों की बिंदियों को गिनता है। फिर उन दोनों संख्याओं को आपस में गुणा कर उत्तर देता है। सही उत्तर के लिए उसे एक अंक मिलेगा। मिसाल के लिए 6 x 9 = 54

हर राउंड में जीतने वाले को 1 अंक मिलेगा। पहले 10 अंक हासिल करने वाला विजेता होगा।

अन्य सम्भावनाएं

बच्चे खुद अपने नियम बनाकर तीन पासों के अलग-अलग खेल बना सकते हैं। जैसे कि, तीनों पासों को इकट्ठा फेंककर, सबसे अधिक वाली दो संख्याओं को जोड़ें और उसे तीसरे पासे की संख्या में से घटा दें। यही खिलाड़ी का स्कोर होगा। जो सबसे पहले 100 के स्कोर पर पहुंचेगा वही जीतेगा।

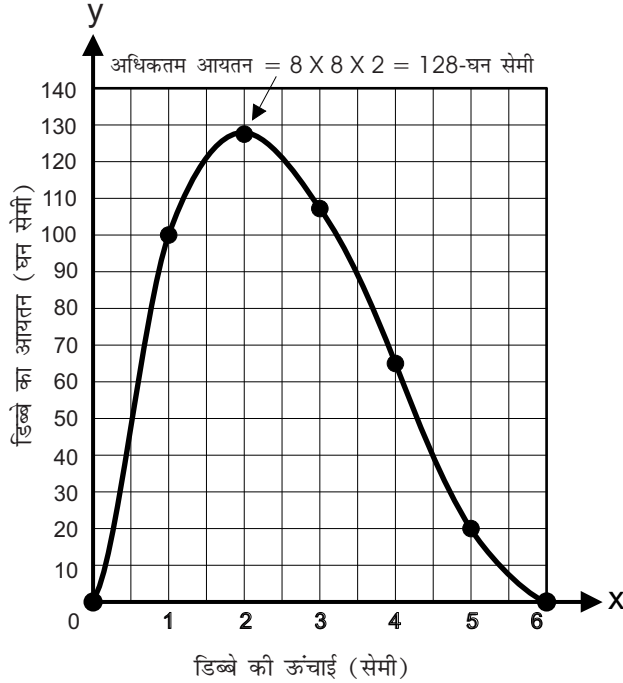
सबसे बड़ा डिब्बा

हर बार पांच वर्गों का उपयोग कर अलग-अलग नमूने बनाएं। इस प्रकार के केवल 12 ही पेन्टामीनोस हैं। यहां पर वो 10 X 6 की एक जिग-सॉ पहेली में सजे हैं। उन्हें एक मोटे गत्ते पर काटें। फिर इन बारह पेन्टामीनोस को 10 X 6, 12 X 5, 15 X 4 और 20 X 3 के आयतों में सजाने की कोशिश करें। इनके हजारों हल हैं पर आप हरेक आयत के लिए कम-से-कम एक हल अवश्य खोजें।

10 x 10 x 1 = आयतन 100-घन सेमी

गणित की समस्याओं में अक्सर हमें सबसे छोटा अथवा सबसे बड़ा मान ज्ञात करना पड़ता है।
उदाहरण के लिए 12 X 12 की कार्डशीट से आप सबसे अधिक पानी की क्षमता वाला डिब्बा कैसे बनाएंगे?

यह एक बहुत चुनौतीपूर्ण समस्या है और इसके हल भी बहुत सुंदर और सुखद हैं। डिब्बे की सेंटीमीटर में लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई की कुछ सम्भावनाएं इस प्रकार हैं:

8 x 8 x 2 = आयतन 128-घन सेमी

6 x 6 x 3 = आयतन 108-घन सेमी

आयतन = लम्बाई X चौड़ाई X ऊंचाई
L(12) x W(12) x H(0) = आयतन 0-घन सेमी
L(10) x W(10) x H(1) = आयतन 100-घन सेमी
L(8) x W(8) x H(2) = आयतन 128-घन सेमी
L(6) x W(6) x H(3) = आयतन 108-घन सेमी
L(4) x W(4) x H(4) = आयतन 64-घन सेमी
L(2) x W(2) x H(5) = आयतन 20-घन सेमी
L(0) x W(0) x H(6) = आयतन 0-घन सेमी

इस प्रयोग से डिफरैंशियल कैलक्युलस की एक सुंदर अनुभूति मिलती है। डिब्बे की ऊंचाई जब 1-सेमी होगी तब उसका आयतन 100-घन सेमी होगा। ऊंचाई जब 2-सेमी होगी तब आयतन 128-घन सेमी होगा, जो सबसे अधिकतम होगा। जब ऊंचाई 3-सेमी होगी तब आयतन गिरकर 108-घन सेमी रह जाएगा। यानि डिब्बे की ऊंचाई जब 2-सेमी होगी तब बदलाव का बिंदु आएगा।

डिब्बे के आयतन को निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

आयतन = लम्बाई X चौड़ाई X ऊंचाई

$$= (12-2a) \times (12-2a) \times a$$
$$= (144 - 24a - 24a + 4a^2) \times a$$
$$= (144a - 48a^2 + 4a^3)$$

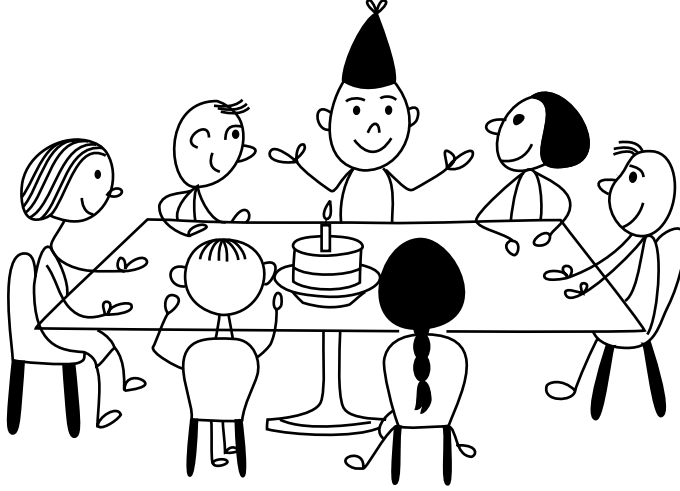
विभेदीकरण (डिफरेंनसियेशन) से हमें (dy/dx) यानि ढलान मिलेगा

$$dy/dx = 144 - 96a + 12a^2$$

आलेख के अधिकतम और न्यूनतम मोड़ के बिंदुओं पर ढलान शून्य होगा। और जहां ($dy/dx = 0$) होगा वहीं पर अधिकतम और न्यूततम आयतन होगा।

$$144 - 96a + 12a^2 = 0$$

इस समीकरण को हल करने पर हमें $a = 6$ और $a = 2$ मिलेगा।

इसलिए डिब्बे का अधिकतम आयतन 128-घन-सेमी तब होगा जब उसकी लम्बाई और चौड़ाई दोनों 8-सेमी होंगी और ऊंचाई 2-सेमी होगी।

आपके जन्मदिन की पार्टी में आपको एक ऐसे मित्र के मिलने की बहुत सम्भावना है जिसका जन्मदिन भी उसी दिन हो।

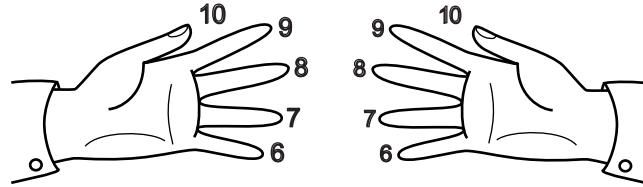
सम्भावना की यह समस्या आपके सामान्य अंदाज को झकझोरेगी! कल्पना कीजिए दो हाकी टीमों के 22 खिलाड़ी और उनका एक रेफ्री यानि कुल मिलाकर 23 लोग हैं। क्या सम्भावना है कि उन 23 लोगों में से दो लोगों का जन्मदिन एक ही हो?

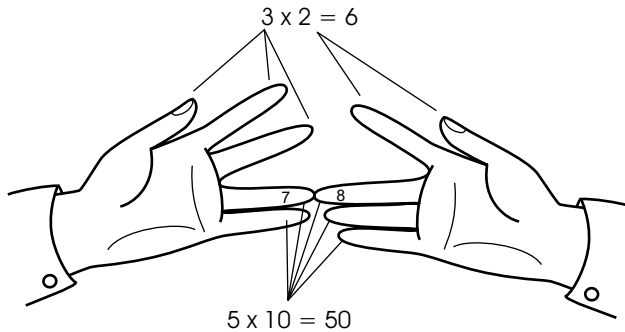
केवल 23 लोग हैं और साल में 365 दिन हैं इसलिए उनमें से दो लोगों का एक ही जन्मदिन होने की सम्भावना बहुत कम प्रतीत होगी। अधिकांश लोगों के अनुसार इसकी सम्भावना 10-प्रतिशत से अधिक नहीं होगी। परंतु सच यह है कि 23 लोगों में से दो लोगों का एक ही जन्मदिन होने की सम्भावना 50-प्रतिशत से ज्यादा होती है। इसकी काफी सम्भावना है कि फील्ड में दो लोगों का जन्मदिन एक ही हो।

समस्या के हल के लिए हमें दो-दो की जोड़ियों को देखना होगा न कि अकेले व्यक्ति को। फील्ड में मौजूद 23 लोगों की कुल 253 जोड़ियां बन सकती हैं। उदाहरण के लिए पहला व्यक्ति बाकी किन्हीं भी 22 व्यक्तियों के साथ जुड़ सकता है। इसके शुरू में ही 22 जोड़ियां बनेंगी। फिर दूसरा व्यक्ति बाकी 21 के साथ जोड़ियां बना सकता है। इसी तरह तीसरा व्यक्ति 20 जोड़ियां, चौथा व्यक्ति 19 जोड़ियां बनाएगा। इन सबको जोड़ने पर योग 253 होगा।

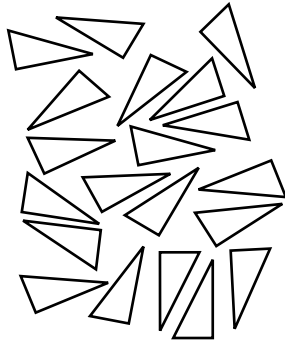
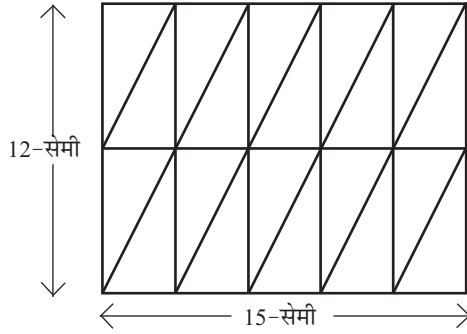
23 लोगों में से दो लोगों का एक ही जन्मदिन होने की सम्भावना 50-प्रतिशत से अधिक होने की बात शायद कुछ अटपटी लगे, पर गणित के आधार पर वो एकदम खरी है। जुआरी और सटोरिए इसी प्रकार की अटपटी सम्भावनाओं का उपयोग कर आम लोगों को फंसाते हैं। इसलिए अगली जन्मदिन पार्टी में अगर 23 मेहमान हों तो आप शर्त लगा सकते हैं कि कम-से-कम दो मेहमानों का जन्मदिन एक ही होगा। 23 लोगों के साथ यह सम्भावना 50-प्रतिशत से कुछ अधिक होती है। परन्तु समूह की संख्या बढ़ने के साथ-साथ यह सम्भावना बहुत तेजी से बढ़ती है। इसलिए 30 लोगों की पार्टी में आप काफी आत्मविश्वास के साथ दो लोगों का जन्मदिन एक ही होने की शर्त लगा सकते हैं!

उंगलियों से गुणा

रूसी क्रांति से पहले वहां पर उंगलियों से गुणा करने का यह तरीका काफी प्रचलित था। उस समय वहां गरीब लोग अपने बच्चों को स्कूल नहीं भेज पाते थे। यह 6 से 10 तक के अंकों को गुणा करने का एक सरल तरीका है।

इसके लिए अपनी उंगलियों को 6 से 10 तक के नंबर दें।

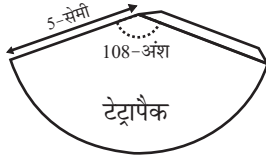
अगर आप 7 से 8 को गुणा करना चाहते हैं, तो बाएं हाथ की 7 वाली उंगली को दाएं हाथ की 8 वाली उंगली से छुएं। छूने वाली, और उसके नीचे वाली हरेक उंगली का मान 10 होगा। यहां पर ऐसी पांच उंगलियां हैं, इसलिए उनका मान 50 होगा। फिर आप जोड़ के ऊपर वाली, दोनों हाथों की उंगलियों को आपस में गुणा करें इससे 3 x 2 = 6 मिलेगा। इसलिए उत्तर 50 x 6 = 56 होगा। यह तरीका आपको हमेशा सही उत्तर देगा।

छेदों में छिपा रहस्य

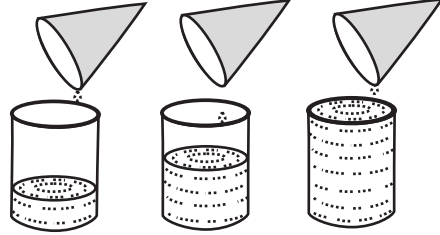
एक कागज को चंद बार मोड़ने के बाद उसकी तहों में पंच से केवल एक छेद किया गया है। आप कागज को कैसे मोड़ेंगे और कहां छेद करेंगे जिससे कागज खोलने पर आपको यह नमूना दिखे।

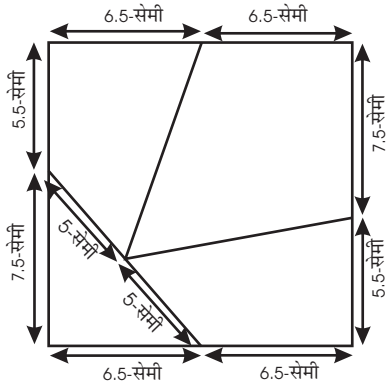
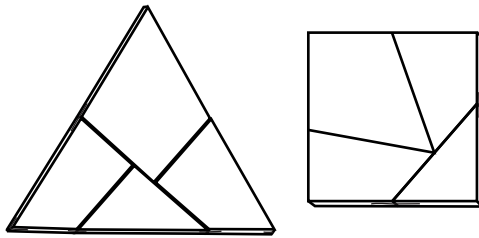
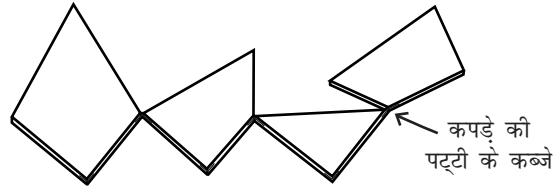
बीस त्रिकोणों की पहेली

कुछ तार्किक सोच और बीस एक-समान त्रिकोणों को सजाकर आप एक वर्ग बना सकते हैं।

मोटे गत्ते से नब्बे अंश का त्रिकोण बनाएं जिसका आधार 3-सेमी हो और ऊंचाई 6-सेमी हो। रबर की शीट या लकड़ी के ऐसे 20 बिल्कुल एक-समान त्रिकोण काटें। इन बीस त्रिकोणों को काटने का एक आसान तरीका है। इसके लिए पहले 15-सेमी x 12-सेमी का आयत काटें। फिर इस आयत में से 20 एक-समान त्रिकोण काटें।

फिर इन बीसों त्रिकोणों का उपयोग कर एक वर्ग बनाएं। बिना सोचे-विचारे यह काम मुश्किल होगा। पर थोड़ी अकल से आप इस चुनौती को आसानी से हल कर सकते हैं। इस वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा, पहले इसका अनुमान लगाएं। तब इस वर्ग की एक भुजा की लम्बाई ज्ञात करें। फिर समस्या का हल आसान हो जाएगा।

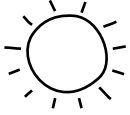
सिलिंडर-कोन का आयतन

1. टेट्रापैक के 5-सेमी त्रिज्या के गोले से 108-अंश का वृत्त-खंड (सेक्टर) काटें। उसे मोड़ें और चिपकाकर एक शंकु या कोन बनाएं।

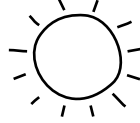
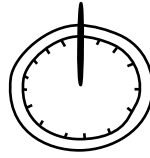
2. शंकु, फिल्म रील की डिब्बी के अंदर एकदम फिट बैठेगा।

3. शंकु का आधार और ऊंचाई फिल्म रील की बेलनाकार डिब्बी के बराबर होगी। फिल्म डिब्बी का आयतन शंकु का तीन-गुना होगा। तीन बार पानी से भरे शंकु को बेलनाकार डिब्बी में उंडेलकर इसकी पुष्टि करें।

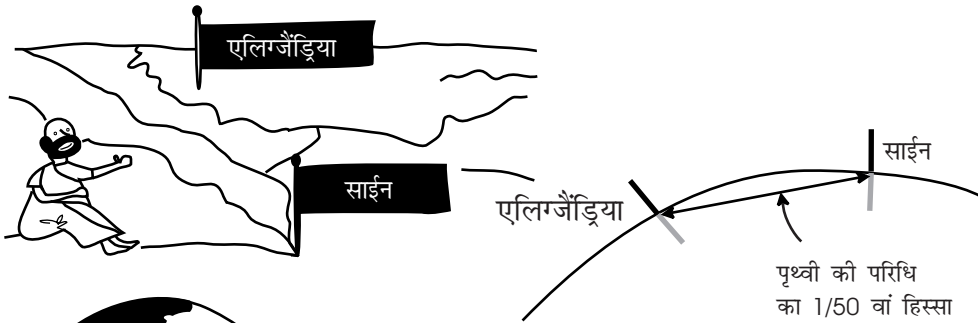
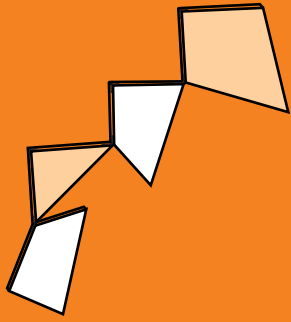
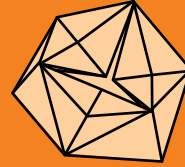
वर्ग से त्रिभुज

यहां पर मोटी रबर के 13-सेमी भुजा वाले वर्ग को चार टुकड़ों में काटा गया है। चारों टुकड़ों को कपड़े की छोटी पट्टियों और फेवीबांड (रबर गोंद) से जोड़ा गया है।

इस नमूने को घुमाकर आसानी से समबाहु त्रिभुज अथवा वर्ग बनाया जा सकता है।

इस कहानी के अनुसार इंग्लैंड के मशहूर गणितज्ञ डुडने के घर में इस प्रकार की एक मेज थी। अगर घर में दो मेहमान आते (और डुडने तीसरे होते) तो वो मेज को घुमाकर उसे तिकोन बना देते। अगर तीन मेहमान होते तो वो मेज को घुमाकर उसे चौकोर बना देते जिससे कि चार लोग बैठ सकें।

पृथ्वी की परिधि

2200 वर्ष पहले एक प्राचीन यूनानी गणितज्ञ इरासथोनीज ने त्रिकोणों और गोलों की अपनी जानकारी के आधार पर पृथ्वी की परिधि की गणना की। उन्होंने यह किया:

इरासथोनीज मिस्त्र में रहते थे। उन्होंने सूर्य द्वारा बनाई परछांईयों का अध्ययन किया।

गर्मी में दोपहर को बारह बजे, दक्षिणी मिस्त्र के शहर साईन में सूर्य की परछांई सनडायल पर बिल्कुल नहीं पड़ती थी।

पर उसी समय वहां से दूर एलिग्जैंड्रिया शहर में सूर्य की छोटी परछांई दिखाई देती थी।

उन दिनों दूरी को स्टेडिया नामक इकाई में मापा जाता था (1 स्टेडिया = 0.15-किलोमीटर)। एलिग्जैंड्रिया और साईन शहरों के बीच की दूरी 756-किलोमीटर थी।

क्योंकि पृथ्वी लगभग गोल थी इसलिए दोनों शहरों के बीच की दूरी कुल 360-अंश का 7-अंश चाप यानि पृथ्वी की परिधि का 1/50 वां हिस्सा होगी।

इरासथोनीज ने पृथ्वी की परिधि का अनुमान 37,800-किलोमीटर लगाया। आधुनिक गणना 40,075-किलोमीटर की है। इसलिए इरासथोनीज का अनुमान काफी सटीक था। इस शक्तिशाली विचार ने दर्शाया कि परिधि ज्ञात करने के लिए हमें पृथ्वी की परिक्रमा लगाने की आवश्यकता नहीं है। दिमाग लगाकर आप सूर्य की परछांई से भी अद्भुत गणना कर सकते हैं।

अपने हाथ गणित

एक कहावत है :

कुशलताएं मेहनत-मशक्कत से सीखी जाती हैं,
पर अवधारणाएं झट से पकड़ी जाती हैं।

बच्चे किसी अवधारणा को सैकड़ों प्रश्नों का यांत्रिक हल करके नहीं सीखते हैं। गणित को पहेलियों और ठोस गतिविधियों के माध्यम से कहीं आसानी और मजे में सीखा जा सकता है। इस पुस्तक में गणितज्ञों के जीवन के कुछ प्रेरक प्रसंग हैं। साथ में कुछ आनंददायी गतिविधियां भी हैं जिन्हें करके बच्चों को गणित की एक ठोस अनुभूति मिलेगी।